Statistiques et Spaghettis

Couper le spaghettis en trois morceaux . Mesurer chacun des morceaux.

Partie	1	2	3	Total
Longueur				

OUI	
NON	

Le problème est le suivant : *avec quel* ***probabilité*** *puis-je formé un triangle?*

I) Première étude statistique:

- Sur un **échantillon** de 35 personnes (la classe) on constate qu'il est possible de former un triangle dans % des cas.
- La **fréquence** est f=

Dans quel cas n'est-il pas possible de former un triangle?

Le hasard a-t-il été total lors de cette expérience?

Mais probabilité et fréquence est-ce la même chose?

Quelle moyens peut-on trouver pour que ces deux nombres se rapproche?

II) Deuxième étude statistique:

Soit [AB] un segment de longueur 1, M et N deux points de ce segment d'abscisse x et y.
On va simuler par informatique différentes valeurs de x et y.

Dans la case A4 on va chercher un nombre aléatoire compris dans]0;1[: =ALEA()
Dans la case B4 on va chercher un nombre aléatoire compris dans]0;1[:
Dans la case C4 on va chercher le minimum de ces deux nombres (c'est x!): =MIN(A4;B4)
Dans la case D4 on va chercher le maximum de ces deux nombres :
Dans la case E4 on calcul la longueur du plus grand des segment:
Dans la case F4 on calcul la somme des longueurs des 2 autres segments:
Dans la case G4 on test si le nombre en E4 est supérieur ou inférieur à F4 : =SI(E4>F4;0;1)
(remarque : le résultat renvoyé est 0 ou 1)

Une expérience aléatoire à deux issues (0 ou 1) est appelé ***expérience de Bernoulli****.*
En statistique, un échantillon de taille n est obtenue par ***n répétitions indépendantes d'une même expérience*** *de Bernoulli. On dit qu'un tel échantillon relève du* ***modèle de Bernoulli****.*

On va répéter 1000 fois l'expérience de la ligne 4 (par copier-coller).
Dans la case G3 on compte le nombre de 1 :
Dans la case J3 on affiche le pourcentage de réussite :
Dans la case I6 on affiche la fréquence :

Conjecturer le résultat de la probabilité cherchée : p=

III) Fluctuation d'échantillonnage:

En appuyant sur la touche F9 on constate que les distributions de fréquences varient d'un échantillon à l'autre. Ce phénomène est appelé **fluctuation d'échantillonnage**.
On peut établir que pour environ 95% des échantillons de taille n relevant du modèle de Bernoulli de probabilité p, la fréquence f d'apparition du 1 appartient à l'intervalle $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}} ; p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ (à condition que $n \geqslant 25$ et que $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$).
Cet intervalle s'appelle **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%** .

On va dans un premier temps vérifier ce résultats :
Calculer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% pour notre expérience informatique:

Sur 100 expériences combien de résultats ne sont pas dans l'intervalle ?

Dans un deuxième temps on va tester si notre échantillon de 35 élèves est compatible ou non avec le modèle de Bernoulli:
→ Calculer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% pour notre échantillon de 35 élèves :
→ Si f n'est pas dans l'intervalle, on peut rejeter l'hypothèse que l'échantillon soir compatible avec le modèle de Bernoulli, sinon on ne peut pas rejeter l'hypothèse.

Expliquer ces résultats.

IV) Écrire un algorithme :

On veut concevoir un algorithme qui vérifie la propriété de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%. L'idée est d'entrer uniquement le nombre d'expérience n , de réaliser 100 fois ces n expériences, d'obtenir 100 valeurs de f et de donner en sortie le nombre k de ces valeurs de f qui sont dans l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.

Entré : saisir n
Initialisation : k prend la valeur 0
Traitement : .....
Sortie : Afficher k

Remarque : si on programme cet algorithme sur Xcas, k doit être supérieur à 95 pour que la propriété soit vérifié. On pourra en particulier le vérifier pour n autour de 25 ...

V) La démonstration théorique de la valeur de p :

Soient x et y deux nombres compris entre 0 et 1 tels que x<y
On peut former un triangle si et seulement si chacun des cotés est plus petit que la somme des deux autre. (remarque : en logique la négation de « il existe » est « quelque soit » ...)
Cela nous donne trois inéquations que l'on peut simplifier.
Dans le plan munit d'un repère orthonormé (O,I,J) : Soit $M(x;y)$

Repérer tous les points M tels que $\begin{cases} 0<x<1 \\ 0<y<1 \\ x<y \end{cases}$. Parmi ces points, repérer ceux vérifiant $\begin{cases} x \leqslant \frac{1}{2} \\ y \leqslant x+\frac{1}{2} \\ y \geqslant \frac{1}{2} \end{cases}$

Analyser des données statistique

1) **étude d'une série de 35 valeurs :**

On s'intéresse a la longueur du premier morceaux de spaghetti . Noter les 35 résultats obtenus dans la classe:
→ Calculer la longueur moyenne.
→ Classer les valeurs dans l'ordre croissant.
→ Si on constitue deux groupe de même effectifs, l'un contenant les plus petit nombre, l'autre les plus grand, quel est la longueur séparant ces deux groupe ?
→ Donner la définition et une méthode de calcul de la médiane, du 1er et 3éme quartile .
→ Représenter sur un segment la r**épartition** des valeurs.
→ Placer sur ce segment 1er et 9éme décile, donner un sens a ces valeurs.
→ Calculer l'étendue de cette série
→ Calculer l'écart inter quartile de cette série. Donner un sens a ce nombre.
→ recommencer avec le second morceau . Comparer les paramètres de positions (moyenne, médiane, quartiles) et de dispersion (étendue, écart inter quartile) des deux séries afin de comparer les deux séries.

2) **Regroupement par classe pour le troisième morceau:**

Les p classes	]0;1[	]1;2]	]2;3]							Total
Centre (x_i)										
Effectif (n_i)										
Fréquence (f_i)										

→ Donner deux formules permettant le calcul de la moyenne $\bar{x}$.
→ Réaliser un diagramme en bâton.
Attention : Dans un diagramme en bâton la hauteur du bâton est proportionnelle à celle de l'effectif. Dans un histogramme, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle a l'effectif. Si lorsque le pas est constant cela revient au même, ce n'est pas toujours le cas.
→ repérer la classe modale, séparer celle-ci en deux en construire l'histogramme et le diagramme en bâton correspondant.
→ Réaliser la courbe des effectifs cumulés croissant et décroissant.
→ Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane.
→ Déterminer la classe médiane.

3) **Qu'en pensez-vous ?**

F. Bayrou a apporté les précisions suivantes : « 25000 F, ce sont deux salaires moyens, par exemple de professeurs. C'est le revenu d'une famille moyenne ». Marc Vilbenoit, le président du syndicat des cadres CGC, a chaudement approuvé.
Eh bien, tous ont tord. La dernière enquête publié par l'INSSE sur la question indique qu'en France une famille sur deux vit avec moins de 11668,75 F net par mois, et que seuls les 11% des foyers les plus aisés jouissent d'un revenu égal ou supérieur à 25000F. La classe moyenne ne loge pas ou on pense.

CAPITAL septembre 97