vecteurs et translation.

I Définitions

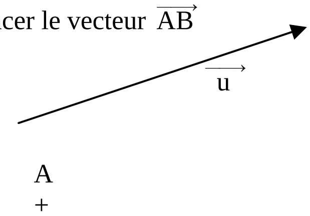
Définition : Si A et B sont deux points du plan

La translation qui transforme A en B associe à tout point M du plan l'unique point N tel que les segments [BM] et [AN] ont le même milieu.

Définition : La translation qui transforme A en B est appelé translation de vecteur

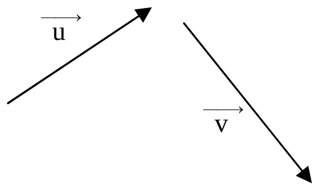
le vecteur $\vec{u}$ se représente à partir d'un .... par le vecteur .... où B est le translaté de A par la .... de .... : on note .... = ...

tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$



- ⇨ la direction du vecteur $\vec{u}$ est ....
- ⇨ le sens du vecteur $\vec{u}$ est ....
- ⇨ la norme du vecteur $\vec{u}$ est ....
  ....

ADDITION DE DEUX VECTEURS



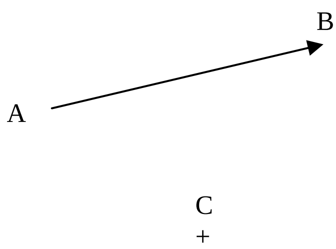
soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.
la somme de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ peut être représentée de deux façons :

- ⇨ « bout à bout »
  si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$
  alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles)

- ⇨ « à l'aide d'un parallélogramme »
  si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ON}$
  alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OR}$ où OMRN est un parallélogramme.

Le vecteur nul noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$, pour tout point A.
L'opposé du vecteur $\vec{u}$ est le vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$ c'est à dire
si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ alors $\vec{v} = -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} = -\vec{u}$

EGALITE DE DEUX VECTEURS



Soient A, B, C et D des points du plan.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ <=> ABDC est un parallélogramme.
<=> les segments [AD] et [BC] ont même milieu.

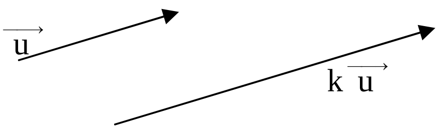
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ <=> B est le milieu du segment [AC]

II multiplication d'un vecteur par un réel.

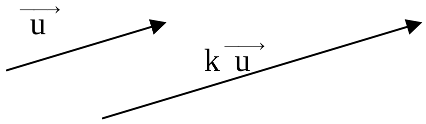
définition :
soit un vecteur $\vec{u}$ non nul.
soit k un nombre réel.
soient A et B deux points tels que : $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

on appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le nombre k. le vecteur noté $k\vec{u}$ tel que :

- ⇨ si $k > 0$ alors le vecteur $k\vec{u}$ a même direction, même sens que $\vec{u}$ et a pour longueur k.AB



- si $k < 0$ alors le vecteur $k\vec{u}$ a même direction, et de sens contraire à $\vec{u}$ et a pour longueur -k.AB



- si $k = 0$ alors le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur $\vec{0}$.

<u>remarques</u> :
si $k = -1$ alors $k\vec{u} = -\vec{u}$ est le vecteur opposé à $\vec{u}$.
si $\vec{u} = \vec{0}$ alors pour tout réel k, $k\vec{u} = \vec{0}$.

<u>propriété</u> :
quels que soient les nombres réels a et b et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls.

a) $a\vec{u} + b\vec{u} = (a + b)\vec{u}$
ex: $2\vec{u} + 3\vec{u} = (2 + 3)\vec{u} = 5\vec{u}$

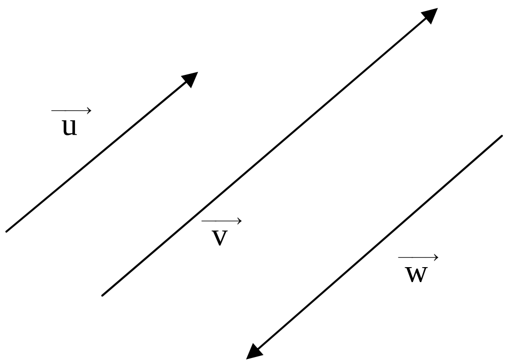
b) $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$
ex: $3(5\vec{u}) = (3\Delta5)\vec{u} = 15\vec{u}$

c) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$
ex : $3(\vec{u} + \vec{v}) = 3\vec{u} + 3\vec{v}$

III colinéarité

<u>définition</u> :
deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel k non nul tel que : $\vec{u} = k\vec{v}$.

exemple : soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que :
$\vec{v} = 3\vec{u}$ et $\vec{w} = -5\vec{u}$
on a que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.



<u>conséquences</u> :
deux vecteurs colinéaires ont même direction.
<u>Applications</u> :

1) <u>parallélisme</u>

<u>Théorème</u> :deux droites (AB) et (MN) sont parallèles <=> les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.

2) <u>alignement</u>

<u>Théorème</u> : trois points distincts A, B et C alignés sont alignés <=> les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

IV Repérage dans le plan

Définition :
un repère du plan est déterminé :
par trois points O, I et J non alignés on le note (O; I, J)
ou par un point O et deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ non colinéaires. on le note (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$)

Définition :
dans un repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), un point M a pour coordonnées (x ; y) ; x est l'abscisse de M, y est l'ordonnée de M on a $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
c'est à dire que le vecteur $\vec{OM}$ a pour coordonnées dans le repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$) x et y .

Propriétés :
le plan est muni d'un repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$
et les points A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B)
on a alors les propriétés suivantes :

	FORMULATION MATHEMATIQUES	C'EST A DIRE
COORDONNES DE $\vec{AB}$	$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$	on calcule les coordonnées du point d'arrivée moins celles du point de départ.
COORDONNEES DU MILIEU DE [AB]	$\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	on additionne les coordonnées puis on divise par deux.
EGALITE	$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$	deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.
MULTIPLICATION PAR UN REEL	$k\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$	si on multiplie un vecteur par un réel k, alors ses coordonnées sont multipliées par k.
ADDITION	$\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$	pour avoir les coordonnées de la somme, on fait la somme des coordonnées.

1) colinéarité

théorème : condition de colinéarité de deux vecteurs.
dans un repère quelconque, soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ non nuls.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires <=> leurs coordonnées sont proportionnelles.
<=> il existe un réel k non nul tel que x = kx' et y = ky'
<=> xy' = x'y