Quantités conjuguées fiche méthode

Soit a un nombre réel et b un nombre réel positif
On appelle quantité conjuguée d'une expression du type $a+\sqrt{b}$ l'expression $a-\sqrt{b}$
De même la quantité conjuguée d'une expression du type $a-\sqrt{b}$ est l'expression $a+\sqrt{b}$

Il est souvent plus agréable de ne pas avoir de racine carrée au dénominateur d'une expression numérique .

- Simplifier $\frac{2}{\sqrt{3}}$ est facile :il suffit de multiplier numérateur et dénominateur par $\sqrt{3}$.On obtient :
- Il est plus difficile de simplifier $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$: la méthode précédente ne s'applique plus .En effet : $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\times\frac{2}{1+\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3}$ la racine est toujours au dénominateur !

L'astuce est en fait de multiplier le dénominateur par sa quantité conjuguée ,puis d'utiliser une identité remarquable: $\boxed{\left(a+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{b}\right)=a^2-b}$

exemple : $\frac{3}{2+\sqrt{5}}=\frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}\times\frac{3}{2+\sqrt{5}}=\frac{3(2-\sqrt{5})}{4-5}=-6+3\sqrt{5}$

<u>Applications</u> : simplifier au maximum (sans racines au dénominateur)

A = $\frac{3}{2+\sqrt{3}}$ =

B = $\frac{5}{3-\sqrt{5}}$ =

C = $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ =

Calculer alors B + C =

D = $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ =

E = $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ =

Calculer alors D + E =

Calculer $F=\frac{\sqrt{5}-1}{1+\sqrt{5}}-8\sqrt{5}=$

$G=\frac{5+\sqrt{15}}{2+\sqrt{5}}+\frac{5+\sqrt{15}}{2+\sqrt{3}}=$