

L'énoncé suivant a été proposé à deux élèves, leurs réponses ont été recopiées ci-après.
Lisez ces réponses attentivement. Qu'en pensez-vous ?

Énoncé : Montrer que pour tout nombre réel x on a : $(x+3)^2 + x^2 = 2x(x+3) + 9$

Réponse 1 : Si on prend $x = 1$,
lorsqu'on remplace dans le premier membre, on obtient $(1+3)^2 + 1^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$
lorsqu'on remplace dans le 2ème membre, on obtient $2 \times 1 \times (1+3) + 9 = 2 \times 1 \times 4 + 9 = 17$
On a donc bien $(x+3)^2 + x^2 = 2x(x+3) + 9$

Réponse 2 : $(x+3)^2 + x^2 = 2x(x+3) + 9$
 $x^2 + 6x + 9 + x^2 = 2x^2 + 6x + 9$
 $2x^2 + 6x + 9 = 2x^2 + 6x + 9$
 $0 = 0$
On a donc bien le résultat demandé.

Lorsqu'on doit montrer une égalité, il ne faut surtout pas se contenter de vérifier que cela marche avec une valeur numérique (même avec plusieurs)

Pour montrer une égalité, on peut utiliser l'une des trois méthodes suivantes :

- ① On part de l'un des membres et on l'arrange jusqu'à trouver un résultat égal au deuxième membre.
- ② On arrange séparément chaque membre et on regarde si les deux résultats sont égaux.
- ③ On calcule la différence entre les deux membres et on regarde si cela fait 0.

Exercice :

Montrez les égalités suivantes en indiquant la méthode utilisée :

1. $(x+3)^2 + x^2 = 2x(x+3) + 9$ pour tout réel x .
2. $1+3+3^2+3^3 = \frac{3^4-1}{2}$
3. $1+2+2^2+2^3+2^4 = 2^5-1$
4. $2x^2 - 8x + 15 = 2(x-2)^2 + 7$
5. $(x+5)(x-3) = (x+1)^2 - 16$
6. $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$ pour tous réels a et b
7. $\frac{1}{x+1} - \frac{9}{x-1} = -\frac{8x+10}{x^2-1}$ avec $x \neq 1$ et $x \neq -1$
8. Montrer que, $1+q+q^2 = \frac{q^3-1}{q-1}$ avec $q \neq 1$