

## Développements – Factorisations

### I Somme – produit

- Un calcul est appelé **somme** si la dernière opération à effectuer est une addition. Chacun des nombres qui composent cette addition est appelé **terme** de la somme.
- Un calcul est appelé **produit** si la dernière opération à effectuer est une multiplication. Chacun des nombres qui composent cette multiplication est appelé **facteur** du produit.

Exemples :

$(x - 5)(2t + 3)$  est un produit. Les facteurs sont  $(x - 5)$  et  $(2t + 3)$ .

$2a + 5(b + 1) - 3$  est une somme. Les termes sont  $2a$  ;  $5(b + 1)$  et  $-3$ .

### II Développements

**Développer** un calcul contenant des produits c'est écrire ce calcul en transformant les produits en somme.

Pour développer une expression, on utilise les méthodes suivantes :

#### Distributivité

Quels que soient  $a, b, c$  et  $d$  :  $a(b + c) = ab + ac$

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

#### Identités remarquables

Quels que soient  $a$  et  $b$  :  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exemples :

$3a - 5(2 + a) + (3a - 2)^2 = 3a - 10 - 5a + 9a^2 - 12a + 4$

$(5x + 2)(-x - 3) - x + (2x + 1)(2x - 1) = -5x^2 - 15x - 2x - 6 - x + 4x^2 - 1$

**Réduire** une expression développée c'est l'écrire sous forme de somme contenant le moins de termes possible.

Exemples :

$3a - 10 - 5a + 9a^2 - 12a + 4 = 9a^2 - 14a - 6$

$-5x^2 - 15x - 2x - 6 - x + 4x^2 - 1 = -x^2 - 18x - 7$

### III Factorisations

**Factoriser** un calcul c'est l'écrire sous forme d'un produit.

Pour factoriser une expression, on utilise aussi la distributivité et les identités remarquables mais dans l'autre sens :

#### On reconnaît un facteur commun :

$ab + ac + ad = a(b + c + d)$

#### On reconnaît une identité remarquable :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exemples :

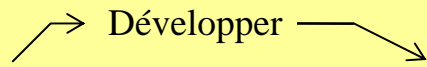
$2x + x(x - y) = x(2 + x - y)$

$(a - 1)a + (a - 1) - (a - 1)(2a - 2) = (a - 1)(a + 1 - 2a + 2) = (a - 1)(-a + 3)$

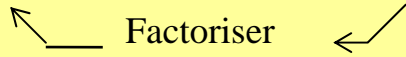
$(2t - 5)^2 - 36 = (2t - 5)^2 - 6^2 = (2t - 5 + 6)(2t - 5 - 6) = (2t + 1)(2t - 11)$

**Synthèse :** Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme.

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.



**Exemple :** Produit  $3x(x+1)=3x^2+3x$  Somme



**Exercice :**

1°) Développer:

$$A = (2x + 1)(3x - 2)$$

$$B = (3 - 4x)(2x - 1)$$

$$C = (x\sqrt{2} - 1)(3x - 5\sqrt{2})$$

$$D = (2x - 5)^2 + (3x - 2)(3x + 2)$$

$$E = (1 - x)^2 - 2(x - 5)(1 - 4x)$$

$$F = 3(2x - 1)^2 - 2(2 - 2x)^2 \quad \text{attention aux erreurs de signe}$$

2°) Factoriser:

$$A = x^2 + 14x + 49$$

$$B = 9x^2 - 6x + 1$$

$$C = x^2 - 25$$

$$D = 9x^2 - 16$$

$$E = (x - 3)^2 - 16$$

$$F = (2x + 3)^2 - (4x - 1)^2$$

$$G = (3x - 1)(-4x + 5) - 2(3x - 1)$$

$$H = (x - 5)(x + 3) - (2x + 7)(x + 3)$$

$$I = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(-4x - 2)$$

$$J = (4x - 1) + (4x - 1)(3x + 5)$$

$$K = (4x - 1)(2x + 1) - (x - 5)(4x + 2)$$

$$L = (4x^2 - 1) - (2x - 1)(3x + 5)$$

3°) Pour les expressions de 1 à 14, indiquer les expressions factorisées puis les expressions développées au maximum.

$$1) (x+1)(x-2)$$

$$2) 3x^2 - 5 + 4x - 3$$

$$3) x(x-1) + 2$$

$$4) (3x+1)^2 + (2-x)(x+2)$$

$$5) (2x-3)^2$$

$$6) x^2 + 2x + 1$$

$$7) 5(x-1)/3$$

$$8) x^2 - 9$$

$$9) x^4 - x^2$$

$$10) (x-1)(x-2) + (x-$$

$$2)(x+3)$$

$$11) (3x+7)(4x-7) + 2x$$

$$12) 5(2x-5)^2$$

$$13) 3x + x(x-3)$$

$$14) (x^2 - 5x + 1)^4$$

Utilisation des développements et factorisation avec des fonctions
--

Soit l'expression  $f(x) = 7x(3x + 4) - 2(3x + 4)(x + 3)$ ,

notée FI comme Forme Initiale.

Factorisez-la :  $f(x) =$

notée FF comme Forme Factorisée.

Et Développez-la :  $f(x) =$

notée FD comme Forme Développée.

Dans chaque cas suivant, précisez quelle est la forme la plus appropriée pour répondre à la question. Justifiez mais sans répondre à ces questions.

1) Calculez

a)  $f(0)$

c)  $f(1)$

e)  $f(-4/3)$

b)  $f(5)$

d)  $f(-1)$

f)  $f(3/5)$

2) Trouvez le signe de  $f(1/2)$  puis de  $f(-10)$

3) Résoudre les équations d'inconnues x

a)  $f(x) = 0$

b)  $f(x) = 15x^2$

c)  $f(x) = -12$

d)  $f(x) = 3x - 5$

e)  $f(x) = 14x^2 + 11x + 4$

