Le triangle bouge dans le carré !

ABCD est un carré de centre O et de coté 2. M est un point quelconque, du segment [AC], distinct de A et de C, et (d) est la parallèle à (BD) passant par M. [PQ] est le segment de la droite (d) contenu dans le carré ABCD .

Lorsque M est un point de [AO], P est sur [AD] et Q sur [AB] .

Lorsque M est un point de [OC], P est sur [DC] et Q sur [BC] .

<u>Votre mission si toute fois vous l'accepter est de répondre au trois question suivantes :</u>

1)Existe-t-il une position de M pour laquelle l'aire du triangle APQ est maximum ?

2)Il existe deux position M_1 et M_2 de M sur [AC] pour lesquelles l'aire du triangle APQ est égale à 1 .Déterminer des valeurs approchées à 0,001 prés des longueurs OM_1 et OM_2 .

3)Désignons par M_1 le point du segment [AO] et M_2 celui de [OC] .Expliquez pourquoi $OM_1<OM_2$.

1) <u>Utiliser Géogébra pour construire la figure :</u>

remarquons que :

- Le carré ABCD est fixe.
- Le point M est mobile sur le segment [AC].
- Les points P et Q dépendent de M.
- A partir de O la construction est différente.
- Géogebra calcule longueur et aires !

Répondre au trois questions. Quels sont les avantages et les inconvénients des résultats proposées.

2) <u>Définir une fonction permettant de répondre au problème :</u>

On choisit de noté x la valeur de OM, et A(x) la fonction qui à tout x (de l'intervalle .....) associe l'aire du triangle APQ.

3) <u>Proposer un algorithme permettant construire 100 points de la courbe représentative de la fonction.</u>
4) <u>Programmation de cette algorithme avec X cas:</u>

cliquer sur prg, rentrer le texte suivant, puis OK .

Si vous obtenez :*// Parsing A // Success compiling A,* votre programme est prét : taper A()

```
A():={
local k,x,f,pt;
pt:=NULL;
pour k de 0 jusque 100 faire
x:=0+k*2*sqrt(2)/100;
si x<sqrt(2) alors f:=x² sinon f:=-x²+2*sqrt(2)*x fsi;
pt:=pt,point(x,f);
fpour;
afficher pt;}
```

5) <u>Modifier le programme</u>

A la première ligne mettre A(a) a la place de A().
Lorsqu'on rentrera A(15) le nombre 15 sera affecté au nombre a.
Modifier la programmation pour que a soit le nombre de points de la courbe.
Construire une courbe avec mille points.

Répondre au trois questions par lecture graphique. Quels sont les avantages et les inconvénients des résultats proposées.

6) <u>Résolution numérique du problème 2:</u>

Définir une fonction A1: taper $A_1(\mathrm{x}):=x^2$
Résoudre $A_1(x)=1$: taper $resoudre(A_1(x)=1)$
Réfléchir : est-il indispensable d'utiliser Xcas ? Les deux réponses sont elles valables ?
Que proposez-vous pour la deuxième équation ?

7) <u>Démontrer le résultat obtenue à la question 6:</u>

L'équation $-x^2+2\sqrt{2}x=1$ ne semble pas aisé à résoudre ...
On sait que l'idée est de factoriser pour obtenir un produit nul ...
X cass peut vous aider (dans → scolaire → seconde → factoriser)

8) <u>Démontrer que la fonction admet un maximum</u>

Si M est ce maximum, il faut montrer que :

- f(x)<M pour tout x sur $[0,\sqrt{(2)}]$
- f(x)<M pour tout x sur $[\sqrt{2},2\sqrt{2}]$
- il existe une valeur x_0 telle que $f(x_0)=M$

La deuxième étape semble la plus délicate, comme on sait que faire apparaître une expression avec un carré facilite l'étude d'un signe, on peut chercher cette expression (elle s'appelle la forme canonique) avec X cass .

Synthèse : Xcass est un logiciel de Mathématiques téléchargeable gratuitement . Son champ d'utilisation est très large : du primaire au post-bac, il gère la géométrie plane, dans l'espace, le calcul formel (avec des expression littérale et des valeurs exact), la programmation.

Taper :	commentaires
$f(x):=(x+3)^2-4$	Introduire une fonction
f(2)	Calculer l'image de 2
resoudre(f(x)=3)	Chercher les antécédents de 3
graphe(f(x),x=4..7)	Courbe représentative de f sur [4;7]
factoriser(f(x)), ...	Voir scolaire → seconde (et l'aide)
pour <> de <> jusque <> faire <> fpour	Effectuer un boucle dans un programme
si <> alors <> sinon<> fsi	Donner une condition dans un programme
local a,b	Définir les variables a et b dans un programme
pt:=pt,point(2,0)	Dans la liste pt on ajoute le point de coordonnée(2,0)