

Généralités sur les fonctions

- 1) Une entreprise produit sur commande des bicyclettes pour des municipalités. La production mensuelle peut varier de 50 à 800 bicyclettes. Le bénéfice mensuel (en milliers d'euros) réalisé pour x centaines de bicyclettes est égale à $-x^2 + 10x - 9$.
- a) Vérifier que si l'entreprise produit 220 bicyclettes un mois donnée, elle réalise ce mois là un bénéfice de 8160 euros.
- b) Calculer le bénéfice réalisé pour une production de 408 bicyclettes.

Notion d'intervalle :

L'ensemble des nombres réels (ensemble \mathbb{R}) peut être représenté sur une droite.

Les valeurs de x sont des nombres compris entre 0,5 et 8. On a $0,5 \leq x \leq 8$. On dit que x appartient à l'intervalle $[0,5; 8]$ et on note $x \in [0,5; 8]$.

Remarque : Toute valeurs de $[0,5; 8]$ correspond-elle à un nombre de bicyclettes?

Notion de fonctions :

Une fonction f est une formule qui permet de calculer un unique nombre y à partir d'un nombre x appartenant à un ensemble D_f

On note $y = f(x)$ y est l'image de x par la fonction f

x est un antécédent de y

D_f est l'ensemble de définition de f , c'est-à-dire l'ensemble des nombres x dont on peut calculer une image, pour lesquels $f(x)$ existe.

- 2) a) Calculer $f(3)$. Que représente ce nombre?

b) Compléter le tableau ci dessous :

x	0,5	1	1,5	2		8
f(x)						

- c) Construire un repère: de 0 à 8 en abscisse (unité 1) et de -5 à 16 en ordonnée (unité 0,5).

A l'aide du tableau, placer les points de coordonnées $(x; f(x))$.

d) Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire au minimum de bicyclettes pour ne pas travailler à perte ?

e) Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice égale à 12000 euros ?

Notion de fonctions :

Le tableau de la question 2b) s'appelle un tableau de valeur.

La courbe représentative de f dans un repère (O, i, j) est l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ où $y = f(x)$

Donner le sens de variation d'une fonction à partir de sa représentation graphique, c'est décrire avec des phrases l'allure de la courbe.

on peut aussi résumer cela dans un tableau de variations en précisant les ordonnées.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , a et b deux nombres appartenant à I tels que $a < b$. f est croissante sur I signifie que $f(a) < f(b)$: les ordonnées et les abscisses sont rangées dans le même ordre

f est décroissante sur I signifie que $f(a) > f(b)$: les ordonnées et les abscisses sont rangées dans l'ordre contraire

M est le maximum de f sur I signifie qu'il existe un nombre a appartenant à I tel que $f(a)=M$ et pour tout x appartenant à I , $f(x) \leq M$

m est le minimum de f sur I signifie qu'il existe un nombre a appartenant à I tel que $f(a)=m$ et pour tout x appartenant à I , $f(x) \geq m$

Déterminer le signe d'une fonction revient à se demander sur quel intervalle la fonction est positive (ou négative) donc si on connaît la formule, on peut résoudre une inéquation.

- 3) a) Montrer que $f(x)=(1-x)(x-9)$
- b) Résoudre $f(x)=0$
- c) Montrer que $f(x)=16-(x-5)^2$
- d) En déduire que f admet un maximum
- e) Résoudre $f(x)=12$
- f) Montrer que f est croissante sur $[0,5;5]$ (indication : On pourra remarquer que deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre)

Équations

Une équation à une inconnue est une égalité dans laquelle figure une lettre représentant une valeur inconnue que l'on cherche à déterminer.

Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie (Il peut y en avoir plusieurs).

Résoudre une équation c'est déterminer l'ensemble de **toutes** les solutions de l'équation.

a) équations de degré 1 :

$$(E_1) : 2x + 1 = 0 \quad 2x = -1 \quad x = \quad \text{on écrit : } S =$$

Pour résoudre une équation de degré 1 on peut :

additionner un même nombre aux deux membres de l'égalité .

multiplier les deux membres de l'égalité par un même nombre **non nul**.

b) Équations de degré supérieur ou égal à 2

Exemples : $(2x+3)^2 = (4x+1)(x-5)$: Lorsqu'on développe les x^2 ne s'annulent pas .

Pour résoudre une équation de degré supérieur ou égal à 2 :

on réunit tous les termes dans un même membre,

on factorise afin d'obtenir une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$

alors à l'aide de la règle : « Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul. », on peut conclure

Exemple: $(E_3) : x(x + 1) = 2x + 2$

Notion de fonctions :

Pour démontrer qu'une fonction est croissante ou décroissante à partir de la formule :

on prend $a < b$ et on cherche à montrer que $f(a) < f(b)$ ou que $f(b) < f(a)$

Pour démontrer qu'une fonction admet un maximum M sur un intervalle I :

On montre que si $x \in I$, alors $f(x) \leq M$

- 4) a) Montrer que f est décroissante sur $[5;8]$.
- b) Résoudre $f(x)=7$.