Fonction homographiques

1)<u>Étude de la fonction inverse:</u>

→ Donner une définition de cette fonction. Donner son ensemble de dédinition.
→ Construire la courbe représentative de cette fonction sur $[-4;4]$.
→ Montrer que cette fonction est décroissante sur $]0;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;0[$.
→ Construire le tableau de variation de la fonction inverse.
→ La courbe représentative de la fonction carré possède une élément de symétrie. Lequel ? Pour le prouver, on pourra choisir un point M d'abscisse x quelconque sur la courbe et montrer que son symétrique M' est aussi un point de la courbe. *(aide : se demander ce que signifie pour ses coordonnées qu'un point est sur la courbe inverse ...)*

2)<u>Fonction associées sur Géogébra :</u>

On construit trois curseurs m,n et p entre -5 et 5.

On construit la courbe représentative de $f(x)=m+\dfrac{n}{x+p}$.

Placer les curseurs de manière a avoir $f(x)=\dfrac{1}{x}$

→ En bougeant le curseur n, quel est l'impact sur la courbe?
→ En bougeant le curseur m, quel est l'impact sur la courbe?
→ En bougeant le curseur p, quel est l'impact sur la courbe?
→ Que se passe-t-il si $n<0$?

3)<u>Forme réduite d'une fonction homographique :</u>

Un polynôme du second degré est une expression de la forme $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ou a,b et c sont des nombres réels constants.

Pour étudier les variations d'une fonction homographique, il est souvent utile d'utiliser la forme réduite, c'est a dire une expression de la forme $f(x)=m+\dfrac{n}{x+p}$

Pour trouver cette expression on peut utiliser le logiciel de calcul formel Xcas.

Remarque : en développant $f(x)=m+\dfrac{n}{x+p}$ on peut facilement trouver des relation permettant de calculer m,n et p a partir de a,b et c. Il suffit d'identifier les coefficients .

Pour trouver la forme canonique on peut aussi: (méthode non exigible)

–factoriser $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ par $\dfrac{a}{c}$

–faire apparaître l'expression « $cx+d$ » au numérateur

–Compléter l'égalité puis simplifier.

<u>application :</u> *En utilisant la forme réduite:*

1)Montrer $f(x)=\dfrac{2x+5}{4x+12}$ est décroissante sur $[-3;+\infty[$

2)Quel est centre de symétrie de la courbe? Le prouver.

3)expliquer ce qui semble se produire lorsque les « x » deviennent grands.

1)Soit $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$, donner un algorithme permettant de calculer f(x) en partant de la donnée d'un nombre x. Faire de même avec la forme réduite de f. Comparer.