**EXERCICE 1** **3points**

La courbe $C_f$ de la figure 1 est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4;+\infty[$ .

On donne les renseignements suivants :

- les points $A(-3;0)$, $B(-2;7{,}3)$ et $C(0;3)$ sont des points de la courbe $C_f$ ;
- la fonction $f$ est décroissante sur l'intervalle $[-2;+\infty[$ ;
- la droite tangente à la courbe $C_f$ en son point C passe par le point $D(2;-1)$.

1)construire le tableau de variation de f pour $x$ dans $[-4;+\infty[$

2)donner l'équation de la droite (CD)

3)Construire le tableau de signe de f sur $[-4;+\infty[$

4)Quel est l'image de 0?

5)quel(s) sont le(s) antécédent(s) de 0?

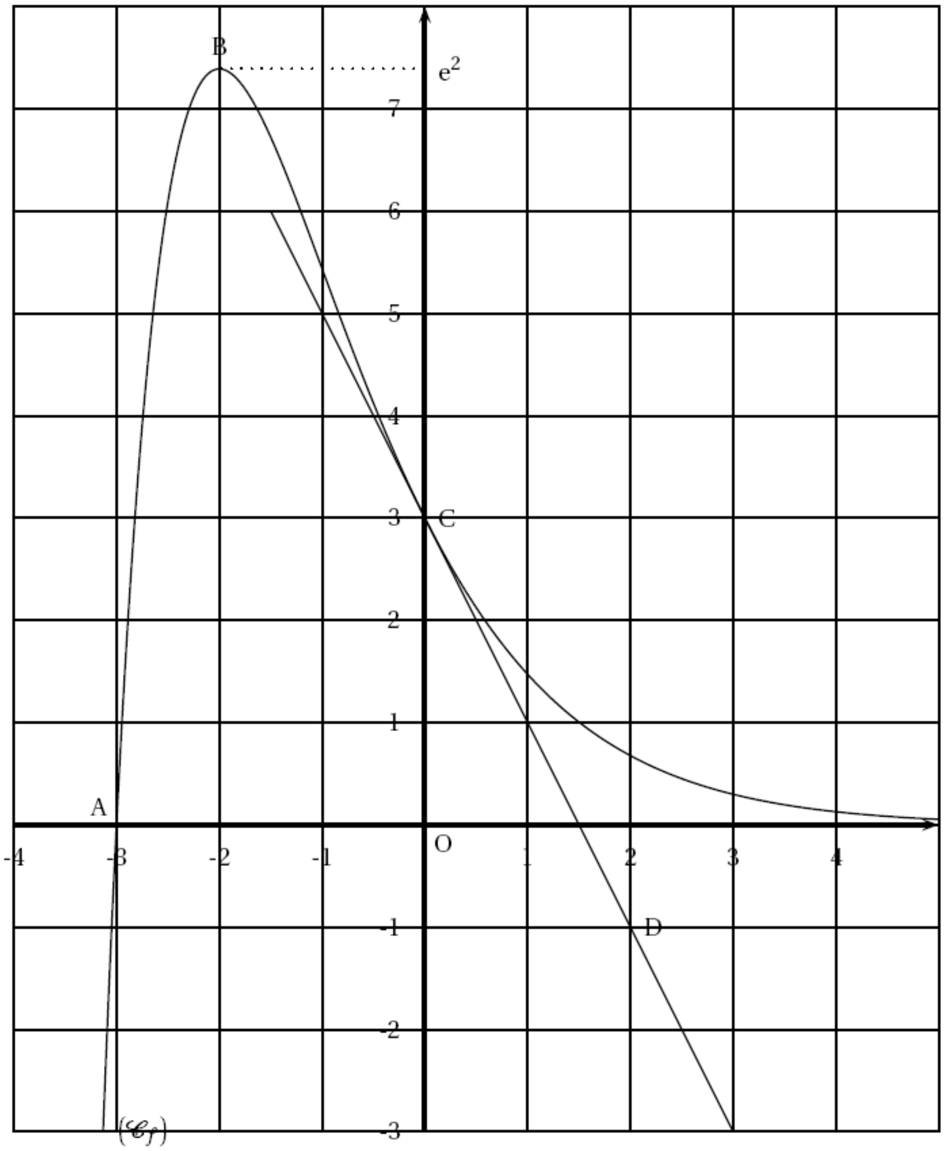



Figure 1

**EXERCICE 2**

La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

| Année | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Bénéfice en k€ : $y_i$ | 64 | 75 | 100 | 113 | 125 | 127 |

1.a. Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i;y_i)$ dans un repère orthogonal. (il suffit de placer les 6 points $M_0(0;64)$ ; $M_1(1;75)$ ; .... )

Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses;
1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.

b. Donner les coordonnées du point moyen G dont l'abscisse est la moyenne des nombres $x_i$ et l'ordonnée la moyenne des nombres $y_i$ du nuage (arrondir au dixième).

Placer le point G dans le repère.

2. En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.

a. Donner une équation de la droite d'ajustement (D) qui passe par $M_0$ et par $M_5$

b. Tracer cette droite (D) dans le repère.

c.Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation?
(quelle serait l'ordonnée du point de la droite qui correspond à 2005 ? )

3.En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y=f(x)$ avec $f(x)=-2x^2+23x+63$ .

a) Montrer que $f(x)=-2\left(x-\frac{23}{4}\right)^2+\frac{1033}{8}$

b) Montrer que $f$ est croissante sur $\left[0;\frac{23}{4}\right]$ et décroissante sur $\left[\frac{23}{4};6\right]$

c) Construire le tableau de variation de f.

d) Montrer que f admet un maximum.

e)Tracer la courbe représentative $(C_f)$ de la fonction $f$ dans le repère de la question 1.

f)Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

4. En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9% par rapport à celui de 2004. Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ?

**EXERCICE 3** **6 points**

Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre.
Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

**Partie I : étude des coûts de production**

Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût total de production est modélisée par la fonction $C_T$ définie pour les nombres réels x de l'intervalle [0 ; 10] par :

$$C_T(x)=5-\frac{4}{x+1}$$

**(** $C_T(x)$ **est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes)**.

1)Calculer les couts fixes (c.a.d. si aucune unités n'est produite)
2)Montrer que $C_T$ est croissante sur [0;10]

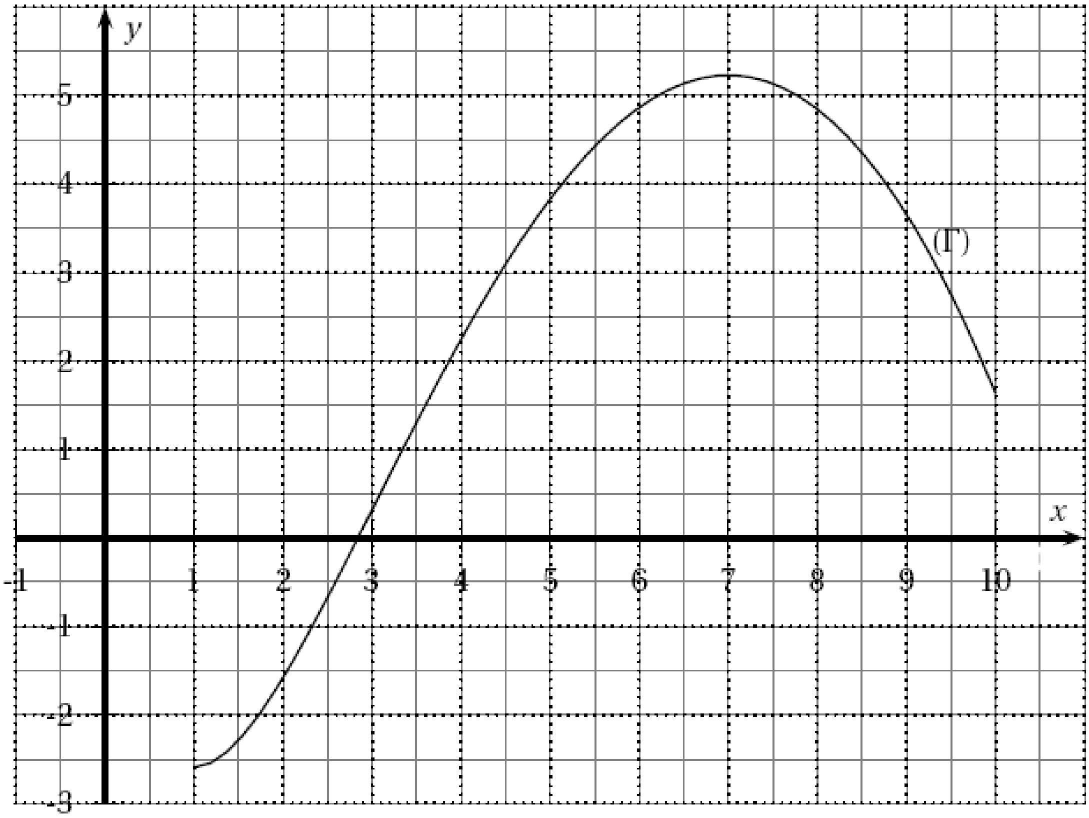
3)Construire le tableau de variation de $C_T$
4)Pour quel quantité (arrondi au gramme) a-t-on un cout de production de 400€
5)Pour équilibrer sont bilan, Le cout total de la dernière semaine ne peut excéder 200€. quelles quantités peuvent être produite?

**Partie II : étude du bénéfice hebdomadaire.**

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu. Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle [1 ; 10] par :

$$B(x)=9x-0{,}5x^2-16\sqrt{x+1}$$

La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe ($\Gamma$) donnée ci-dessous.




1.a. On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle [1;7] et strictement décroissante sur l'intervalle [7 ; 10].
En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.

b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).

2.a. Utiliser la courbe ($\Gamma$) pour déterminer un encadrement d'amplitude 0,5 de la plus petite quantité $x_0$ de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.

b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de $x_0$ approchée au centième. Expliquer votre démarche.

**EXERCICE 4**

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$

| $x$ | $-3$ | | **-2** | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\|\|$ $-\infty$ | | $0$ | | $2$ |

g est la fonction définie sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$ par:

$$g(x)=2-\frac{2}{x+3}$$

En utilisant cette définition de la fonction g retrouver tous les renseignements donnés dans le tableau de variation