La pyramide bouge dans le pavé

1. Représentation plane d'un solide :

ABCDEFG est un parallélépipède rectangle tel que AB=4cm; AD=3cm et AE=2cm

a) représentation en perspective cavalière :
Il faut respecter les règles suivantes :
- Les figures située dans le plan vu de face et vu de derrière sont représentées en vrai grandeur.
- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles.
- L'alignement et les milieux sont conservés.
- Les éléments cachés sont en pointillés.

Représenter le parallélépipède en perspective cavalière.

b) représentation a l'aide d'un patron:
- On obtient un patron en plaçant toutes les faces dans un même plan.
- Chacune des faces est donc représenté en vrai grandeur.
- Certains points de l'espaces sont représentés plusieurs fois sur le plan, les longueurs doivent alors être les même!
- Un solide peut avoir plusieurs patron différents, certain n'en ont pas (ex: la sphère)

Construire le patron du parallélépipède .

Application : *représenter en perspective cavalière la pyramide AEDB, puis construire son patron.*

2. Calculs dans l'espace :

a) calcul d'un volume :
Pour retenir les formules :
- Un parallélépipèdes ,c'est un « empilage » de rectangle, pour calculer son volume on calcul l'aire d'un rectangle (la base) que l'on multiplie par « le nombre de rectangle », la hauteur .
- Une pyramide ,c'est un « empilage » de triangle de plus en plus petit , pour calculer son volume on calcul l'aire du plus grand triangle (la base) que l'on multiplie par « le nombre de triangle », la hauteur et on divise le résultat par trois car ils sont de plus en plus petit .

Calculer le volume du parallélépipède puis celui de la pyramide.

b) Calcul de distance :
- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer les théorème de géométrie plane (Thalès, Pythagore,...)
- Il faut donc s'assurer que les points utilisés sont coplanaire .
- Par deux points de l'espace, il passe une unique droite.
- Par trois points de l'espace non alignés, il passe un unique plan.
- Si $I \in (AB)$ et $(AB) \subset (P)$ alors $I \in (P)$.

Soit I le milieu de [EB] , calculer la distance AI.

c) Calcul d'aire :
- On peut se ramener a un calcul dans un plan.
- Calculer l'aire d'un solide revient à calculer l'aire d'un de ses patrons.

Calculer l'aire du parallélépipède.

Application : On considère un cylindre dont la base est un disque de diamètre 6cm et la hauteur 5 cm . Représenter ce cylindre en perspective cavalière, construire son patron, calculer le volume et l'aire de ce cylindre .

On considère un cône dont la base est un disque de diamètre 6cm et la hauteur 5 cm. Représenter ce cylindre en perspective cavalière, construire son patron, Calculer le volume et l'aire de ce cône.

3. Positions relative :

a) de deux droites :

Donner un exemple de :

- deux droites non coplanaires :
- deux droites sécantes :
- deux droites parallèles :
- deux droites confondues :

Méthode :

- Pour montrer que deux droites sont non coplanaires, on peut utiliser un démonstration par l'absurde .
- Pour montrer que deux droites de l'espace sont ou ne sont pas parallèles, on peut trouver un plan contenant ces droites et utiliser la géométrie plane.

Application : 1) Montrer que (HG) et (FB) sont non coplanaires.
2) Soit J le milieu de [ED], montrer que (IJ) et (BD) sont parallèle.

b) de deux plans :

Donner un exemple de :

- Deux plans sécants, quelle est leur intersection ?
- Deux plan parallèles .
- Deux plan confondus .

Méthode :

- Pour montrer que deux plans sont parallèles, on peut chercher deux droites sécantes de l'un, parallèles à deux droites sécantes de l'autre .
- Deux plan parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

Application : 1) Soit k le milieu [EA] . Montrer que (IJK) est parallèle à (ABD) .
2) En déduire que (IJK) est parallèle à (HGF)

c) d'une droite et d'un plan :

Donner un exemple de :

- une droite contenue dans un plan (et donc parallèle)
- une droite et un plan strictement parallèles.
- Une droite et un plan sécant.

Méthode :

- Pour montrer qu'une droite est parallèle à un plan, on peut montrer qu'elle est parallèle à une droite de ce plan .
- Si deux plan sont parallèle, toute droite parallèle à un est parallèle a l'autre .

4. Parallélisme dans l'espace :

a) Trois théorèmes importants:

1) Si deux plan sont parallèles , tout plan qui coupe l'un coupe aussi l'autre et les droites d'intersections sont parallèles .
2) Si une droite est parallèle à deux plans sécants , alors elle est parallèle a la droite d'intersection de ces deux plan .
3) Théorème du toit : Si deux droites (d) et (d') sont parallèles, que (d) est incluse dans un plan P et (d') dans un plan P', et que P et P sont sécant selon une droite (Δ) alors (Δ) est parallèle à (d) et (d') .

Pour chacun de ces théorèmes , faire un dessin illustrant la situation, repérer les hypothèses et la conclusion, trouver une question ou on pourrai utiliser la propriété, rédiger la réponse à cette question .

b) Travail de synthèse :

Rédiger toutes les propriétés suggérées dans les points méthodes (avec un dessin) en les classant :

1) *peut me permettre de montrer que deux droites sont parallèles .*
2) *peut me permettre de montrer que deux plans sont parallèles .*
3) *peut me permettre de montrer qu'une droite et un plan sont parallèles .*

5. Section :

a) Intersection de deux plans :

- Si c'est une droite : Il suffit de déterminer deux points appartenant au deux plans .
- Repérer les droites coplanaires : On pourra construire leur point d'intersection ...

Construire l'intersection (Δ) des plan (IJK) et (BFHD). A quelle droite (Δ) est elle parallèle.

b) Section d'un solide par un plan :

Il s'agit de construire l'intersection d'un plan (P) avec toutes les faces d'un solide .

Méthode et conseil :

- Choisir une couleur pour tout les points du plan P (et eux seuls !)
- Pour chaque face du solide contenant deux points de couleur, construire une droite de couleur et son intersection avec chacune des arrêtes .
- Trouver de nouveau points de couleur et recommencer .
- Relier les points correspondants à la section .

Construire la section du parallélépipède par le plan (AIJ)

6. Et maintenant il bouge :

Soit M un point du segment [EA] tel que AM=x .
On coupe la pyramide selon un plan parallèle à (ABC) et passant par M .
on enlève la partie haute de la pyramide .

Pour quel valeur de x (à 0,01 prés)le volume de la partie restante sera-t-il égale à la moitié du volume initial ?

Différentes stratégie sont possible, vous pouvez utiliser l'outil informatique. Dans tous les cas, la méthode et le résultat doivent être justifier .