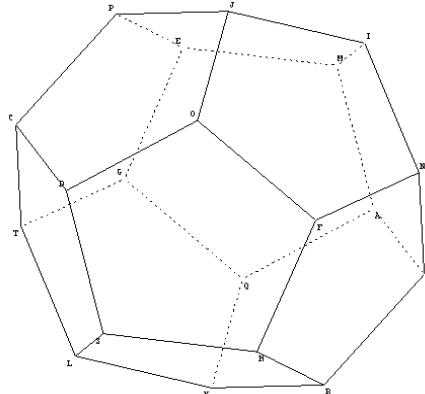
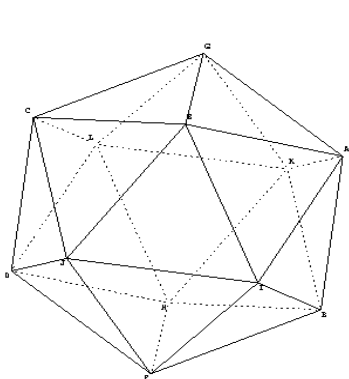


## Les solides de Platon

Platon est un philosophe grec né à Athènes vers 427 av. J.C. Dans un de ses dialogues, il décrit quatre polyèdres réguliers pour représenter les quatre éléments qui constituent l'univers :

Le tétraèdre est associé au feu, l'octaèdre à l'air, l'icosaèdre à l'eau et le cube à la terre. Enfin il associe à l'univers, le tout, un cinquième solide : le dodécaèdre.

1. Représenter en perspective cavalière un tétraèdre régulier, placer sur ce tétraèdre les centres de chaque face et les rejoindre pour former un nouveau solide. Quel solide obtient-on?
2. A chaque solide de Platon, on peut associer son dual en construisant le solide ayant pour sommets les centres de ses faces. Représenter en perspective cavalière un cube de 8cm de côté, ainsi que son dual.
3. Ce dual est un solide de Platon, quel nom porte-t-il ? Calculer son volume.
4. Sur les figures suivantes sont représentés un icosaèdre puis son dual un dodécaèdre.



Compléter le tableau suivant :

Polyèdres	Nombre de sommets S	Nombre de faces F	Nombre d'arêtes A	Nombre d'arêtes aboutissant à un sommet t	Nombre de côtés d'une face n
Tétraèdre					
Octaèdre					
Cube					
Dodécaèdre					
Icosaèdre					

5. Quelle relation existe-t-il entre S, F et A? Cette relation s'appelle la relation d'Euler.
6. Calculer le volume d'un tétraèdre régulier d'arête 4cm.
7. Calculer le volume du dual de ce tétraèdre.
8. On montre que les polyèdres réguliers vérifient la relation  $2(n+t) > nt$ . Cette relation est-elle vérifiée par les cinq solides de Platon ? Expliquer pourquoi les solides de Platon sont les seuls polyèdres réguliers.

Remarque : ces propriétés ne s'appliquent qu'au polyèdre réguliers convexes.