

Nom

Prénom

Devoir surveillé

Exercice 1 : (8 points)

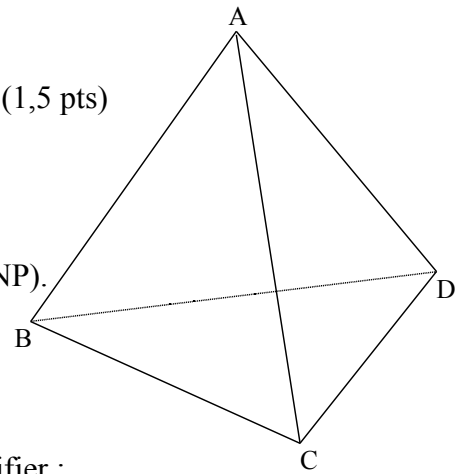
ABCD est un tétraèdre régulier de coté 4cm. Cela signifie que toutes ses arêtes mesurent 4cm.

M est le point de [AB] tel que $AM = \frac{1}{4}AB$, N est le milieu de [AD].

I est le milieu de [BC] et P est le centre de gravité du triangle BCD (donc $IP = \frac{1}{3}ID$)

On rappelle que dans un triangle équilatéral, une médiane est aussi une hauteur.

- 1) Calculer la longueur DI. (1,5 pts)
- 2) Montrer que la hauteur AP du tétraèdre mesure $\frac{8}{3}cm$ (1,5 pts)
- 3) Calculer le volume du tétraèdre. (1,5 pts)
- 4) Construire le patron du tétraèdre . (1,5 pts)
- 5) Construire en rouge la section du tétraèdre par le plan (MNP).
(on justifiera la construction de chaque point) (2pts)



Exercice 2 : (14 points)

En utilisant le cube ci-dessous entourer la bonne réponse sans justifier :

Les droites (EF) et (GC) sont	parallèles	sécantes	Non coplanaire
La droite d'intersection des plans (EFG) et (ABH) est	(FH)	(AE)	(HG)
Les plan (EFD) et (DGF) sont	parallèles	sécants	confondus
Si AB=50 cm alors le volume du cube est	125 litres	12,5 litres	$12500 cm^3$
Si AB=2 cm alors AG est égale à	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$

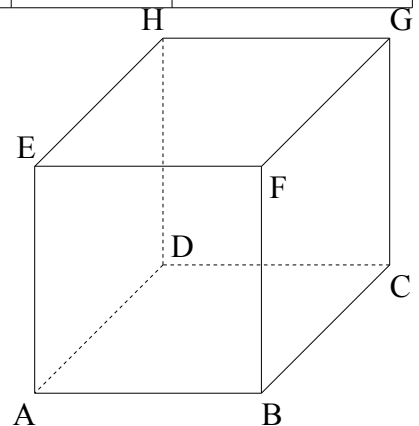
Pour la suite du devoir on suppose que AB=3cm

On place un point M sur [AB] tel que AM=x (en cm)

Par M on trace la parallèle à (BD). Elle coupe (AD) en N.

Par M on trace la parallèle à (AC). Elle coupe (BC) en P.

- 1) Sur quel intervalle varie x ? (0,5pts)
- 2) Exprimer la longueur MN en fonction de x. (1,5pts)
- 3) Exprimer la longueur MP en fonction de x. (1,5pts)
- 4) Montrer que le triangle MNP est rectangle en M. (1,5pts)
- 5) En déduire que le volume du tétraèdre EMNP en fonction de x est $V(x)=x(3-x)$ (1pt)
- 6) Montrer que $2-(x-2)(x-1)=V(x)$ (1pt)
- 7) Pour quelles valeurs de x a-t-on un volume strictement inférieur à $2cm^3$. (2pts)



correction :

Exercice 1 :

1) La droite (DI) est une médiane donc une hauteur du triangle équilatérale BDC, donc les droites (DI) et (BC) sont perpendiculaires.

Dans le triangle DIC rectangle en I, d'après Pythagore, $DC^2=BI^2+DI^2$ donc $DI = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2) [AP] est la hauteur du tétraèdre donc le triangle APD est rectangle en D.

(DI) est une médiane du triangle BDC , le centre de gravité P est donc tel que $DP = \frac{2}{3}DI = 4\frac{\sqrt{5}}{3}$

Dans le triangle APD rectangle en P, d'après Pythagore, $AP^2+DP^2=AD^2$ donc

$$\frac{16 \times 5}{9} + AP^2 = 16 \text{ donc } AP^2 = \frac{64}{9} \text{ et } AP = \frac{8}{3}$$

$$3) \text{ Aire}_{BDC} = \frac{BC \times DI}{2} = 4\sqrt{5} \text{ donc } V = \frac{\text{Aire}_{BDC} \times AP}{3} = \frac{32}{9}\sqrt{5}$$

4) Il suffit « d'attacher » 4 triangles équilatéraux de coté 4cm !

5) Dans le plan (ABD) les droites (MN) et (BD) se coupent en Q.

Dans le plan (BCD) les droites (PQ) et (CD) se coupent en R.

Dans le plan (BCD) les droites (PQ) et (CB) se coupent en S.

La section du tétraèdre par le plan (MNP) est le quadrilatère MNRS.

Exercice 2 :

Les droites (EF) et (GC) sont	parallèles	sécantes	Non coplanaire
La droite d'intersection des plans (EFG) et (ABH) est	(FH)	(AE)	(HG)
Les plan (EFD) et (DGF) sont	parallèles	sécants	confondus
Si AB=50 cm alors le volume du cube est	125 litres	12,5 litres	12500 cm ³
Si AB=2 cm alors AG est égale à	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$

1) $x \in [0;3]$

2) La diagonale [BD] du carré ABCD mesure $3\sqrt{2}$ cm .(MN)//(BD) donc d'après Thalès

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{MN}{BD} \text{ soit } \frac{x}{3} = \frac{MN}{3\sqrt{2}} \text{ soit } MN = x\sqrt{2}$$

3) (MP)//(AC) donc d'après Thalès $\frac{BM}{BA} = \frac{BP}{BC} = \frac{MP}{AC}$ soit $\frac{3-x}{3} = \frac{MP}{3\sqrt{2}}$ donc $MP = (3-x)\sqrt{2}$

4) Les diagonales (BD) et (AC) du carré ABCD sont perpendiculaires.

(MN)//(BD) donc (MN) et (AC) sont perpendiculaires.

(MP)//(AC) donc (MP) et (MN) sont perpendiculaires.

$$5) V_{EMNP} = \frac{\text{Aire}_{MNP} \times EA}{3} = \frac{MP \times MN}{2} \times EA = x(3-x)$$

$$6) 2 - (x-2)(x-1) = 2 - (x^2 - x - 2x + 2) = 2 - x^2 + 3x - 2 = -x^2 + 3x = x(3-x)$$

7) Il s'agit de résoudre L'inéquation $V(x) < 2$, on utilise la forme de la question 6 :

$$2 - (x-2)(x-1) < 2 \Leftrightarrow (x-2)(x-1) > 0 \Leftrightarrow x \in [0;1[\cup]2;3]$$