

Correction :

Soit le cube ABCDEFGH ci-contre de coté 2 cm.

- 1) Dans le triangle AEF rectangle en E, d'après Pythagore, $AF^2 = AE^2 + EF^2$ donc $AF = 2\sqrt{2}$
- 2) le tétraèdre AHCF est régulier car toutes ses arêtes sont des diagonales de faces du cube donc égales à AF.
- 3) Pour représenter en vrai grandeur le patron du tétraèdre AHCF, il suffit de construire 4 triangle équilatéraux de coté $2\sqrt{2}$.
- 4) Dans le triangle équilatéral AHC, Si on note J le milieu de [AC], la médiane (HJ) est aussi une hauteur.

Dans le triangle AJH rectangle en J, d'après Pythagore $HJ^2 = AF^2 - AJ^2 = 8 - 2 = 6$ donc $HJ = \sqrt{6}$.

L'aire de AHC est alors : $A = \frac{AC \times HJ}{2} = 2 \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{3}$

- 5) Il suffit de choisir comme base le triangle AEF :

$$V = \frac{\frac{AE \times EF}{2} \times EH}{3} = \frac{4}{3} \text{ cm}^3$$

- 6) On retire au volume du cube 4 tétraèdres : $V = 8 - \frac{4 \times 4}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$

- 7) Soit I le pied de la hauteur issue de F dans le tétraèdre AFCH,

$$V = \frac{A_{AHC} \times FI}{3} \text{ donc } FI = 3 \times V : A_{AHC} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

Exercice 2 (4 points)

Construire en justifiant la section du tétraèdre ABCD par le plan IJK.

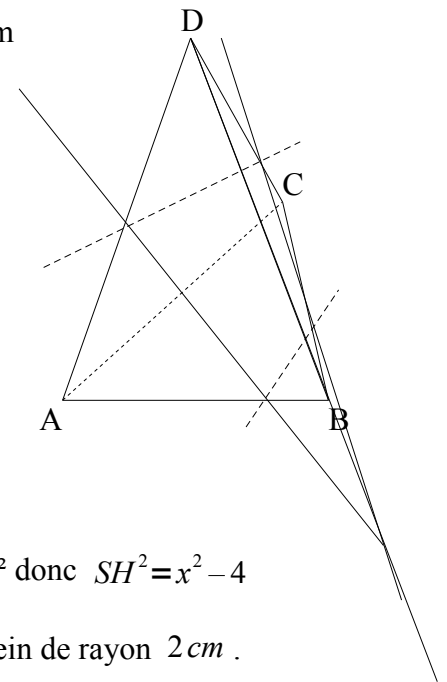
Dans le plan ADB, les droite (IJ) et (DB) se coupent en M.

Dans le plan DCB, les droite (MK) et (BC) se coupent en N.

Dans le plan ADC, on trace la droite (KI)

Dans (ACB) on trace la droite (IN)

La section est le quadrilatère (IJNK)



Exercice 3 (7points)

- 1) Dans le triangle rectangle ASH, d'après Pythagore, $SA^2 = SH^2 + AH^2$ donc $SH^2 = x^2 - 4$

- 2) $9 = x^2 - 4$ donc $x = \sqrt{13}$ cm

- 3) Il s'agit d'une portion d'un disque de rayon 3cm avec un disque plein de rayon 2 cm .

Pour connaître quel portion (et donc quel angle) garder :

* Le bord de cette portion doit correspondre au périmètre de la base donc mesurer 4π

* Un cercle de rayon 3cm a un périmètre de 6π , il faut donc garder $\frac{4\pi}{6\pi} = \frac{2}{3}$ de ce cercle,

soit un angle de $\frac{2}{3} \times 360 = 240^\circ$

- 4) $A = \frac{2}{3} \times \pi \times 3^2 = 2 \times 3 \times \pi = 6\pi$

- 5) $V = \frac{(\pi \times 2^2) \times SH}{3} = \frac{4}{3} \sqrt{x^2 - 4}$

- 6) $V = 15 \Leftrightarrow x^2 - 4 = \left(\frac{45}{4}\right)^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\left(\frac{45}{4} + 4\right)} = \sqrt{\frac{61}{4}}$