

Partie I

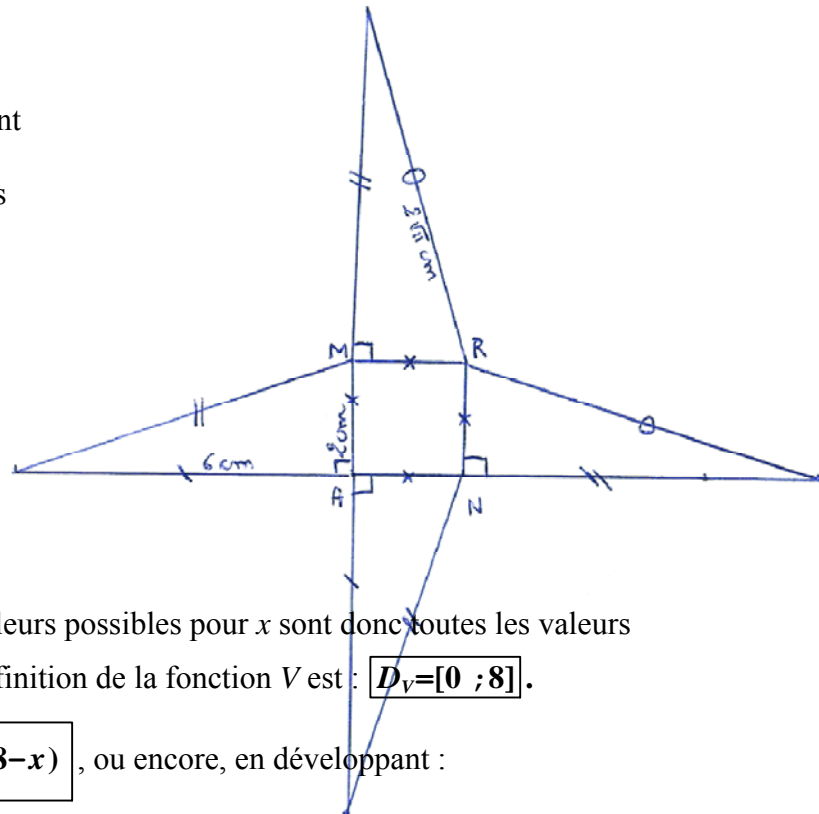
1) Dans le triangle ANR rectangle en N , on a, d'après le théorème de Pythagore : $AR^2 = AN^2 + NR^2$

$$AR^2 = 4 + 4, \text{ soit : } AR = \sqrt{8} \text{ et donc : } \boxed{AR = 2\sqrt{2}}. \text{ Valeur arrondie au dixième : } \mathbf{AR \approx 2,8cm}$$

2) Dans le triangle PAR rectangle en R , on a, d'après le théorème de Pythagore : $PR^2 = PA^2 + AR^2$.

$$\text{Soit : } PR^2 = 6^2 + 8, PR^2 = 44 \text{ et donc : } PR = \sqrt{4 \times 11}, \text{ soit : } \boxed{PR = 2\sqrt{11}}. \text{ Valeur arrondie au dixième : } \mathbf{PR \approx 6,6cm}$$

3) Pour réaliser le patron aucun calcul n'est nécessaire car les faces latérales de la pyramide sont tous des triangles rectangles. On peut tracer un triangle rectangle en vraie grandeur connaissant les deux cotés de l'angle droit.

**Partie II**

1) On a : $AP = AE - EP$, soit : $\boxed{AP = 8 - x}$

2) Le point P appartient au segment $[AE]$. Les valeurs possibles pour x sont donc toutes les valeurs comprises entre 0 et 8 : Ainsi, l'ensemble de définition de la fonction V est : $\boxed{D_V = [0 ; 8]}$.

3) On a : $V(x) = \frac{1}{3} A_{AMRN} \times AP$, soit : $\boxed{V(x) = \frac{1}{3} x^2 (8 - x)}$, ou encore, en développant :

$$\boxed{V(x) = \frac{1}{3} (8x^2 - x^3)}$$

4) Tableau de valeurs :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(x)$	2,33	8	15	21,33	25	24	16,33	0

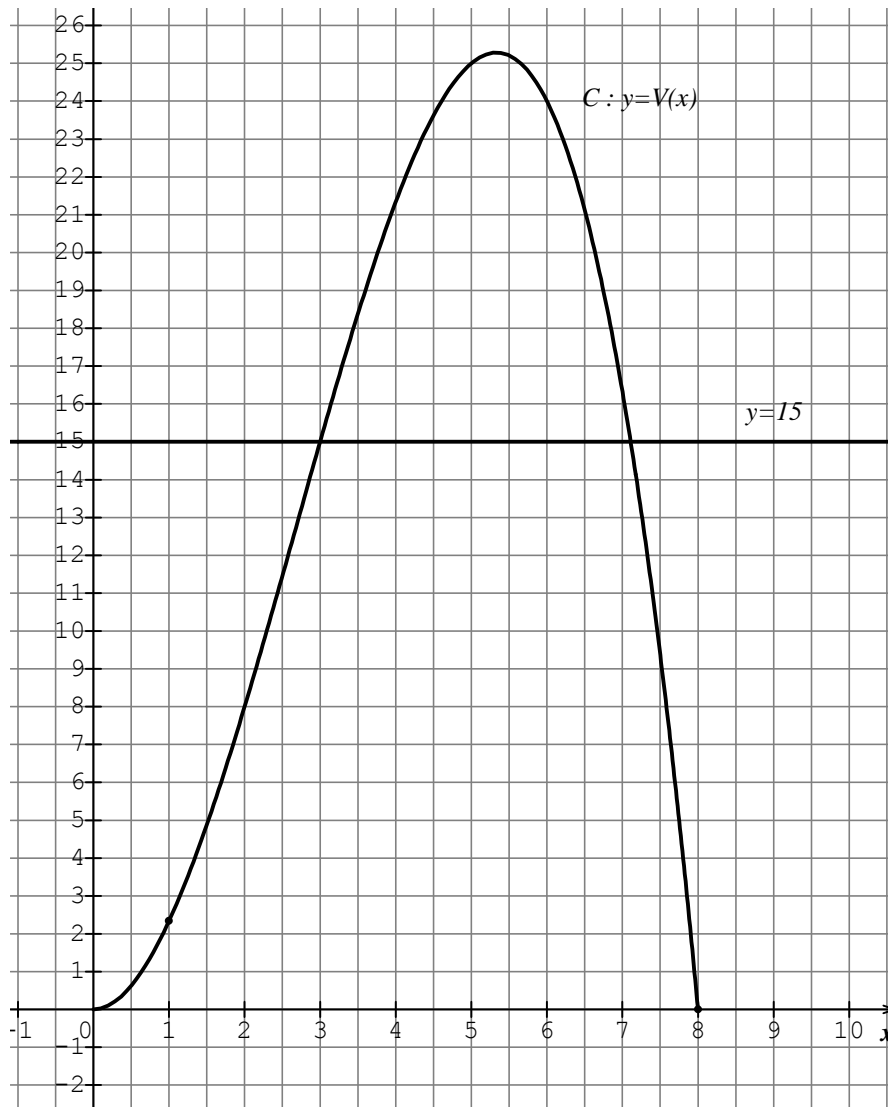
5) Courbe représentant la fonction V : (voir feuille suivante)

6) Les solutions de l'équation $V(x) = 15$ sont les abscisses des points d'intersection entre la courbe C et la droite horizontale d'équation $y = 15$.

Graphiquement, on lit : $\boxed{S = \{3 ; 7,1\}}$.

La pyramide a un volume de 15 cm^3 lorsque $EP = 3 \text{ cm}$, ou lorsque $EP \approx 7,1 \text{ cm}$.

7) Les solutions de l'inéquation $V(x) \leq 15$ sont les abscisses des points de la courbe C ayant une ordonnée inférieure ou égale à 15. Il faut donc que x soit compris entre 0 et 3, ou entre 7,1 et 8. Le nombre x doit donc appartenir à l'intervalle $[0 ; 3]$ ou à l'intervalle $[7,1 ; 8]$. Ce qui se note : $\boxed{S = [0 ; 3] \cup [7,1 ; 8]}$



Partie III.

a) On cherche x tel que $f(x) = 15$ c.a.d $\frac{1}{3}(8x^2 - x^3) = 15$ en multipliant les deux membres de l'équation par 3 on obtient $8x^2 - x^3 = 45$ enfin $-x^3 + 8x^2 - 45 = 0$.

b) Résoudre $-x^3 + 8x^2 - 45 = 0$ revient à résoudre $(3-x)\left(x - \frac{5-\sqrt{85}}{2}\right)\left(x - \frac{5+\sqrt{85}}{2}\right) = 0$

Or un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

Donc $3-x=0$ ou $\left(x - \frac{5-\sqrt{85}}{2}\right) = 0$ ou $\left(x - \frac{5+\sqrt{85}}{2}\right) = 0$

$$x=3 \quad \text{ou} \quad x = \frac{5-\sqrt{85}}{2} \approx -2,1 \text{ (impossible puisque } x \text{ est positif)} \quad \text{ou} \quad x = \frac{5+\sqrt{85}}{2} \approx 7,109$$

Cette équation a donc 3 solutions dont deux répondent à notre problème. $S = \left\{ 3 ; \frac{5+\sqrt{85}}{2} \right\}$

Le volume de la pyramide est égal à 15 cm^3 lorsque $EP = 3 \text{ cm}$ ou $EP = \frac{5+\sqrt{85}}{2} \text{ cm}$.

