

## Calcul de primitives

Attention : La primitive d'une somme est la somme des primitives. Ce n'est PAS le cas d'un produit.

Technique générale : reconnaître l'expression, ajuster les coefficients, obtenir une primitive, que l'on dérivera pour vérifier .

Rappel :

Fonction f(x)	$x^n$ $n \in \mathbb{Z} - \{-1\}$	$u' e^u$	$\frac{u'}{u}$	$\frac{u'}{u^2}$	$u' \times u^n$ $n \in \mathbb{Z} - \{-1\}$
Primitive F(x)	$\frac{1}{(n+1)} x^{n+1}$	$e^u$	$\ln(u)$	$-\frac{1}{u}$	$\frac{1}{(n+1)} \times u^{n+1}$

- |                                 |                                  |  |
|---------------------------------|----------------------------------|--|
| 1) $f(x) = x^2 + 3x - e^{2x+3}$ | 2) $f(x) = x^3 + \frac{1}{3x+2}$ | 3) $f(x) = 5x + 2xe^{-x^2-5}$          |
| 4) $f(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$   | 5) $f(x) = \frac{x+4}{(x^2+8x)}$ | 6) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 5e^{-3x+5}$ |

## Primitives particulières

Chaque primitives obtenue précédemment n'est pas unique : Pour tout réel  $k$ ,  $G(x) = F(x) + k$  est aussi une primitive de  $f$ . En ajustant le nombre  $k$  on peut chercher la primitive tel que  $G(0) = 2$ .

## Intégrale

Si  $f(x) > 0$  sur  $[a; b]$ , l'aire  $A$  comprise entre  $x=a; x=b; y=0$  et  $Cf$  est égale à

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \text{ avec } F \text{ une primitive (quelconque) de } f.$$

**Attention :**  $\int_a^b f(x) dx$  est un nombre ( $>0$  ou  $<0$ ) qui est égale à une aire dans certains cas .

**Rq :** Pour un calcul d'aire : Si  $f < 0$  ;  $-f > 0$  ! Si  $f$  change de signe, découper l'intégrale !

$$\text{Complément : } \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x) + g(x) dx$$

1) Calculer l'aire comprise entre  $x=1; x=4; Cf$  et  $Cg$  pour  $f(x) = -xe^{2x+5}$  et  $g(x) = x^2 - xe^{2x+5}$

2)  $I = \int_0^{\ln(16)} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx$  et  $J = \int_0^{\ln(16)} \frac{1}{e^x + 4} dx$  calculer  $I-3J$  et  $I+J$ , en déduire  $I$  et  $J$ .

3) Calculer la valeur moyenne de  $f(x) = 4e^{2x+5}$

4) Calculer l'aire comprise entre  $x=-2; x=2; y=0$  et  $Cf$  pour  $f(x) = 5x^3$

5) Démontrer la formule d'intégration par partie . En déduire une primitive de  $f(x) = \ln(x+1)$  puis la valeur moyenne de  $g(x) = xe^x$  entre 3 et 5.

Lorsqu'un calcul d'intégrale n'aboutit pas, on peut chercher à obtenir une valeur approchée du résultat en encadrant la fonction par deux fonction proche dont on sait calculer l'intégrale .