c'est en 1654 que le chevalier de Méré lance le défi de résoudre des problèmes que lui-même n’arrive à résoudre, l'un de ces problèmes étaient le suivant :

1. Un joueur lance un dé quatre fois de suite
2. Un joueur lance une paire de dés

« Est-il plus avantageux de parier pour qu'un six sorte sur une série de quatre lancers ou bien de parier pour qu'un double six apparaisse en jetant 24 fois de suite les dés ? »

Ce problème est le plus connu car c'est le plus simple à comprendre. Pourtant, Pascal ne s'était que très peu attardé sur ce problème, car la réponse fut trouvée par une analyse combinatoire. Méré pensait que les chances étaient égales, pourtant l'événement 1 a une chance de se produire légèrement supérieure à 1/2 et l'événement 2 a une chance de se produire légèrement inférieure à 1/2.

C’est le second problème qui posa le plus de difficultés et qui est à l’origine des Probabilités :

La règle des parties :
Deux joueurs jouent à un jeu de hasard, au début de la partie, les deux joueurs misent 32 pistoles chacun : la règle est simple, celui qui remportera trois parties remportera les 64 pistoles.

La question posée par le Chevalier est la suivante : "Pour une raison inconnue les deux joueurs s’arrêtent avant la fin de la partie, comment peut-on répartir l’argent de façon équitable" ?

Le jeu n'est pas exprimé clairement, mais l'on peut penser que c'était un jeu de dés.

Pendant l’été qui suivit la demande du Chevalier de Méré, Pascal et Fermat vont s'échanger des lettres, essayant ainsi de répondre au Chevalier.

Pour résoudre le deuxième problème, Pascal crée ce qu'il appellera la « Règle des parties » et s'aidera de ce que l'on appelle aujourd'hui le triangle de Pascal. Il fait aussi apparaitre dans son raisonnement la notion d'espérance mathématique et la notion de martingale. Pascal réfléchi à l'aide d'une récurrence rétrograde. Essayons maintenant de comprendre la démarche de Pascal : donnons au joueur A deux parties gagnées et au joueur B seulement une (de façon complétement arbitraire) juste avant l'interruption de leur partie.
A la manche suivante, le joueur A et le joueur B auraient eu chacun 1 chance sur 2 de gagner car le jeu n'est que du pur hasard. Donc, une chance sur deux, que A gagne avec trois parties et B perde avec seulement une partie de gagnée. Dans ce cas là, c'est A qui remporte les 64 pistoles. Dans le cas ou B aurait gagné, on aurait les joueurs A et B qui seraient à deux parties gagnantes chacun, il faudrait donc rejouer une partie, dans ce cas, la fortune de A et de B est de 32 pistoles chacun (la mise de départ).

Le gain du joueur A devient alors son espérance de gain, soit : ½ (64+32) = 48 pistoles
Le gain du joueur B vaut par conséquent : 64-48 = 16 pistoles

Il est aussi important de signaler que Pascal et Fermat, à aucun moment n'ont parlé de ce qui s'appellera plus tard les probabilités, terme inventé par Huygens quelques années plus tard seulement.

Après avoir résolu cette énigme, Pascal et Fermat vont alors compliquer le problème posé par le chevalier de Méré :
Si les chances de gagner ne sont plus égales (jeu trafiqué ou même jeu avec stratégie) ou encore si le nombre de joueur est supérieur à deux.

C'est à partir de ce fait que les probabilités trouvent leur naissance.

Extrait du Journal électronique d'Histoire des probabilités et de la statistique (novembre 2006), dans un article du mathématicien Georg Cantor écrit en 1873, on retrouve le problème dit du " pari du chevalier de Méré " qui s'opposait à tort à Fermat et à Pascal sur un sujet de probabilité contre-intuitif (voir autres exemples dans le chapitre 10 de mon livre, " Incertaines probabilités ") :

- Pari 1 : Si l'on jette 4 fois un dé à six faces, il y a plus de chances qu'on obtienne un 6 plutôt qu'on n'en obtienne pas.
- Pari 2 : Si l'on jette 24 fois deux dés à six faces, Méré pensait qu'il y avait aussi plus de chances qu'on obtienne un double six plutôt qu'on n'en obtienne pas.

Méré pensait que le rapport 4/6 (4 lancers, 6 possibilités) du pari 1, supérieur à ½, déterminait une probabilité supérieure à ½, et donc la probabilité plus forte d'obtenir un 6 (ou n'importe quel autre nombre) que ne pas en obtenir ; il en déduisait, dans le pari 2, en faisant intervenir le même rapport 24/36 (24 lancers, 36 possibilités) = 4/6, que la probabilité était plus forte d'obtenir un double six que ne pas en obtenir.Méré arrivait dans le pari 1 à un résultat correct avec un raisonnement incorrect ; dans le pari 2, le résultat de Méré était erroné.

On a en effet :

Pour le pari 1, une probabilité $P_1 = 1 - (5/6)^4 = 0,518$; probabilité légèrement supérieure à ½ (on a plus de chances d'obtenir un 6 que ne pas en obtenir) Comme dans les dates d'anniversaires (chapitre 10), $(5/6)^4$ mesure la probabilité de ne pas obtenir un nombre donné, par exemple le 6, pendant quatre fois de suite.

Pour le pari 2, une probabilité $P_2 = 1 - (35/36)^{24} = 0,492$; probabilité légèrement inférieure à ½ (on a moins de chances d'obtenir un double 6 que ne pas en obtenir)

(pour ceux qui souhaitent aller plus loin, ou plus en amont dans le temps, j'ai mis en commentaire le texte original de la lettre de 1654 de Pascal à Fermat mentionnant le pari faussé de Méré)

(je vous conseille en particulier la lecture de cet article que je trouve savoureux ...)