

# Étude de lieux géométriques

## Situation

Étude du lieu de deux points définis comme des projetés orthogonaux d'un point  $M$  décrivant une figure simple.

---

## Compétences évaluées

### Compétences TICE

- Construction d'une figure avec un logiciel de géométrie dynamique ;
- Visualisation d'un lieu.

### Compétences mathématiques

- Calculs avec les nombres complexes ;
  - Justification d'un alignement.
-

## Étude de lieux géométriques

### Énoncé

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A(1; 0)$  et  $B(0; 1)$ . À tout point  $M$  du segment  $[AB]$ , on associe les points  $P$  et  $Q$ , projetés orthogonaux respectifs de  $M$  sur les droites  $(OA)$  et  $(OB)$ , et les points  $R$  et  $S$ , sommets du carré  $PRQS$  de diagonale  $[PQ]$  tels que  $(\vec{PR}, \vec{PS}) = \frac{\pi}{2}$ . On note aussi  $I$  le milieu du segment  $[PQ]$ .

Le but de l'exercice est d'étudier les lieux des points  $R$  et  $S$  lorsque  $M$  décrit le segment  $[AB]$ .

1. (a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure.

- (b) Visualiser les lieux des points  $R$  et  $S$  quand  $M$  décrit le segment  $[AB]$ , puis émettre une conjecture sur la nature de ces lieux.

Appeler l'examineur pour vérification de la conjecture.

- (c) Déterminer de manière expérimentale une équation du lieu du point  $S$ .

Appeler l'examineur pour vérifier la réponse et expliquer les manipulations effectuées.

2. Dans cette question, on se propose d'étudier ces conjectures en se plaçant dans le plan complexe. On appelle  $x$  l'abscisse du point  $M$ , avec  $x \in [0; 1]$ .

- (a) Montrer que l'affixe de  $M$  est :  $x + i(1 - x)$ .
- (b) Déterminer l'affixe de  $R$  ou celle de  $S$ . Justifier l'une des conjectures émises à la question 1.

### Production demandée

- Visualisation à l'écran de la figure ;
- Démarches et réponses argumentées pour les questions 2.(a) et 2.(b).

## Étude de lieux géométriques

### Énoncé

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A(1; 0)$  et  $B(0; 1)$ . À tout point  $M$  du segment  $[AB]$ , on associe les points  $P$  et  $Q$ , projetés orthogonaux respectifs de  $M$  sur les droites  $(OA)$  et  $(OB)$ , et les points  $R$  et  $S$ , sommets du carré  $PRQS$  de diagonale  $[PQ]$  tels que  $(\vec{PR}, \vec{PS}) = \frac{\pi}{2}$ . On note aussi  $I$  le milieu du segment  $[PQ]$ .  
Le but de l'exercice est d'étudier les lieux des points  $R$  et  $S$  lorsque  $M$  décrit le segment  $[AB]$ .

1. (a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure.

☞ Plusieurs démarches de construction sont possibles pour le carré. L'examineur observe la démarche choisie par l'élève et la cohérence de ses essais.

Si l'élève a réalisé partiellement la construction, l'examineur doit adapter le questionnement à la démarche choisie par l'élève.

Si l'élève n'a pas respecté toutes les données, le questionnement doit l'inciter à vérifier chaque consigne et à rectifier sa construction.

Si l'élève est bloqué, les questions porteront sur les propriétés du carré à l'aide d'un dessin à main levée et devront permettre à l'élève de poursuivre seul la construction (dans ce cas, l'aide n'est pas pénalisante).

L'examineur ne doit pas se contenter d'observer la figure construite, il doit demander à l'élève d'explicitier oralement sa démarche ; ce dernier peut commenter l'affichage éventuel des rappels.

- (b) Visualiser les lieux des points  $R$  et  $S$  quand  $M$  décrit le segment  $[AB]$ , puis émettre une conjecture sur la nature de ces lieux.

Appeler l'examineur pour vérification de la conjecture.

☞ Pour la visualisation du lieu des points  $R$  et  $S$ , l'utilisation du logiciel est indispensable ; en cas de blocage, suggérer à l'élève d'utiliser la fonction aide du logiciel.

- (c) Déterminer de manière expérimentale une équation du lieu du point  $S$ .

Appeler l'examineur pour vérifier la réponse et expliquer les manipulations effectuées.

☞ L'élève doit tester sa conjecture à l'aide du logiciel et expliciter sa démarche à l'examineur.

2. Dans cette question, on se propose d'étudier ces conjectures en se plaçant dans le plan complexe. On appelle  $x$  l'abscisse du point  $M$ , avec  $x \in [0; 1]$ .
- (a) Montrer que l'affixe de  $M$  est :  $x + i(1 - x)$ .
  - (b) Déterminer l'affixe de  $R$  ou celle de  $S$ . Justifier l'une des conjectures émises à la question 1.
- 

### Production demandée

- Visualisation à l'écran de la figure ;
  - Démarches et réponses argumentées pour les questions 2.(a) et 2.(b).
- 

### Compétences évaluées

#### Compétences TICE

- Construction d'une figure avec un logiciel de géométrie dynamique ;
- Visualisation d'un lieu.

#### Compétences mathématiques (spécialité)

- Calculs avec les nombres complexes ;
  - Justification d'un alignement.
-

Numéro du sujet 090

Titre : Étude de lieux géométriques  
Enseignement de Spécialité

Nom Prénom :

NOTE :

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.

La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.

La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

Les exemples cités ci-dessous ne sont pas exhaustifs

<b>Compétences Évaluées</b>	<b>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</b>
<p>L'élève est capable de construire une figure représentant la situation : il place les points A, B, M, P et Q, il est capable de mobiliser ses connaissances sur le carré pour construire les points R et S. Il tire profit des indications éventuellement données à l'oral par exemple pour la construction du carré.</p>	
<p>L'élève est capable de faire apparaître à l'écran les lieux des points R et S (trace ou lieu). Il est capable d'émettre une conjecture en <b>cohérence</b> avec ses observations, sur les lieux observés. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>L'élève est capable d'affiner ses observations pour conjecturer une équation du lieu de S. Il met en œuvre une procédure de contrôle de cette conjecture, en utilisant le logiciel. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</p>	
<p>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir faire mathématiques sur le sujet : propriétés du carré, équations de droites, nombres complexes, transformations du plan ...</p>	
<p>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et il est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.</p>	

Autres observations :