Calcul d'intégrale

L'objectif est d'approchée au plus près, le nombre $A=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ (on dit « intégrale de 0 a 4 de f(x) dx ») qui est égale lorsque f est positive à l'aire situé entre la courbe représentative de f, la droite d'équation x=4, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnée .

On choisit $f(x)=x^2+1$

1) <u>Graphiquement</u>

L'idée est de construire 4 rectangles de même largeur,dont l'un des coins est un point de la courbe, et qui sous situé sous la courbe.
La somme des aires de ces quatre rectangle est un minorant de l'aire cherché.
→ faire une figure
→ quelle est la largeur de chacun des rectangles
→ quelle est la hauteur de chacun des rectangles
→ calculer le minorant de A

Pour trouver un majorant, il suffira de construire 4 rectangles de même largeur,dont l'un des coins est un point de la courbe, et qui sous situé sur la courbe.
La somme des aires de ces quatre rectangle est un majorant de l'aire cherché.

→ calculer le majorant de A
→ quelle est l'amplitude de l'encadrement trouvé
(il ne s'agit pas que de donner une valeur approchée, mais aussi une formule utilisant la fonction f)

2) <u>Avec Excel</u>

On cherche à obtenir un encadrement plus précis :
→ appliquer la méthode précédente avec 10 rectangles et obtenez du logiciel le calcul du minorant, du majorant et de l'amplitude.
→ quel formule permet de calculer l'amplitude en fonction du nombre n de rectangles.
→ A partir quelle valeur de n a-ton une valeur approchée à 10^{-3} prés de A? Donner cette valeur.

3) <u>hasard ou coïncidence ?</u>

Soit $F(x)=\frac{x^3}{3}+x$ une fonction. Montrer que $F'(x)=f(x)$

(On dit que la fonction F est une primitive de la fonction f)

Calculer $F(4)-F(0)$ et comparer ce nombre à la valeur de A.

Essayons de vérifier la propriété que l'on devine :

pour $g(x)=x^3+5x$, calculer de deux manières $\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x$:
→ une valeur approchée par encadrement de 20 rectangles.
→ un calcul de primitive.