Terminale S – TP: Etude d'une transformation du plan complexe

φ est l'application qui, à chaque point M d'affixe z, fait correspondre M' d'affixe z',
$z' = \frac{20}{\bar{z}}$

1. A l'aide géogébra, réaliser une figure dans laquelle M est un point libre dans le plan, et M' est l'image de M par φ ; faire apparaître à l'écran l'affixe de M et celle de M'.

Indication : dans saisie taper M'=(1/(x(M)-i*y(M))

2. En déplaçant le point M à la souris, déterminer les points invariants par φ.

Indication : Il faut que M et M' soit confonduent, donc z=z'

3. a) Construire dans la figure précédente la droite d d'équation y = x + 4
   b) Déterminer expérimentalement l'image de d (ensemble des points M' lorsque M parcourt d).

Indication : construire la droite (appelé a) puis dans saisie taper M=point[a]
Enfin afficher la trace de M' et déplacer M.

4. a) Construire dans la figure précédente le cercle C de centre 0, de rayon 10.
   b) Déterminer expérimentalement l'image de C.
   c) Déterminer expérimentalement l'ensemble des points M tels que M' soit sur C.

5. Déterminer de même les images de :
   a) Un cercle passant par O.
   b) Un cercle quelconque
   c) Une droite passant par O

démonstration : (sur feuille)

1) exprimer les coordonnées x' et y' de M' en fonction de celles x et y de M
2) Par un calcul, vérifier la conjecture de la question2
3) Retrouver par le calcul les résultats de la question4 :

Indication : Si M est sur le cercle C alors sa forme exponentielle est … donc la forme exponentielle de M' est …