

Exercices à prise d'initiative

Pour chacune des fonctions suivantes, vous devez :

- 1) déterminer l'ensemble de définition.
- 2) Étudier les limites de f aux bornes de cette ensemble.
- 3) Calculer la dérivée de f .
- 4) Étudier les variations de f .
- 5) Construire le tableau de variation de f .
- 6) Donner le signe de f .
- 7) Donner, s'il(s) existe(ent), les extrémums de f .

Attention : il n'y a pas d'indications, il faut donc savoir réagir au cas par cas :

ex: la fonction $f(x) = \frac{\ln(x)}{e^x}$

- Pour la limite en $+\infty$, on ne peut factoriser pour lever l'indétermination, il faut chercher une autre écriture permettant d'utiliser les limites du cours.... Après plusieurs essais On pourra utiliser par exemple $f(x) = \ln \frac{(x)}{x} \times \frac{x}{e^x}$
- on obtient $f'(x) = \frac{\frac{e^x}{x} - \ln(x)e^x}{(e^x)^2} = \frac{1 - x \ln(x)}{xe^x}$ or le signe $1 - x \ln(x)$ n'est pas évident ...
- Utilisons donc une nouvelle fonction $g(x) = 1 - x \ln(x)$ dont l'étude des variations nous donnera le signe !
- Ou cours de cette étude on aura besoins du signe de $\ln(x) + 1$, la résolution d'une inéquation nous le donnera !
- g change de signe pour une valeur α dont on n'arrive pas à trouver une valeur exacte : Utilisons un théorème de la bijection pour prouver l'existence de α et contentons nous d'une valeur approchée !
- Au final dans le tableau de variations de f il y aura α et $f(\alpha)$, ce qui n'est pas un problème : on a prouvé l'existence de α !

- Rédiger l'exercice pour la fonction ci-dessus pour L 16/11

- $f(x) = \frac{2 - 2 \ln(x)}{x}$ pour M 17/11

- $f(x) = \frac{10}{0,1 + e^{-0,5x}}$ pour J 19/11

- $f(x) = e^{2x} - 6e^x + 5$ pour V 20/11

- $f(x) = \frac{\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} + 2x - 1$ pour L 23/11

- $f(x) = x - 4 + \frac{1 + 2 \ln(x)}{x}$ pour M 24/11

- $f(x) = 2xe^x - x^2 - 2x$

Devoir maison pour V27/11
(aide : on pourra factoriser f' par $(2x+2)$)