Dérivation

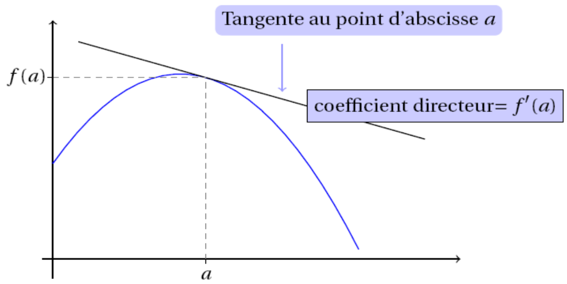
1) rappels sur les dérivées :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, et a un point de I.
On dit que f est dérivable en a lorsque le taux d'accroissement de f en a admet une limite l en a,
c'est - à - dire lorsque : $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$.
Dans ce cas l est appelé nombre dérivé de f en a et on le note $f'(a)$.

remarque : Il est équivalent d'écrire :

$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = l$ ou $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = l$.

Ce qui signifie que lorsque x est proche de a,
f(x) ≈ f(a) + $f'(a)$ (x-a)
On retrouve l'équation d'une droite :
C'est la tangente de la courbe Cf en a .
Son équation est donc :y=f(a) +f'(a)(x-a)



Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Si f est dérivable en tout réel a appartenant à I alors on dit que f est dérivable sur I.
On appelle alors fonction dérivée de f, et on note f', la fonction définie sur I qui, à tout réel $x \in I$, associe le nombre dérivé de f en x .

2) formulaire :

fonction f	dérivée f'	validité
$f(x)=k$	$f'(x)=0$	k nombre réel, $x\in\mathbb{R}$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$	$x\in\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	$x\in\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=n.x^{n-1}$	$x\in\mathbb{R}$ et n entier tel que $n\geq 2$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$	$x\in]-\infty;0[$ ou $x\in]0;+\infty[$
$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$	$f'(x)=-\dfrac{2}{x^3}$	$x\in]-\infty;0[$ ou $x\in]0;+\infty[$
$f(x)=\dfrac{1}{x^n}$	$f'(x)=-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$x\in]-\infty;0[$ ou $x\in]0;+\infty[$ et n entier non nul
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$x\in]0;+\infty[$

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I, et soit k un nombre réel.

fonction f	dérivée f'	dérivabilité
$f=u+v$	$f'=u'+v'$	dérivable sur I
$f=k.u$	$f'=k.u'$	dérivable sur I
$f=u.v$	$f'=u'.v+u.v'$	dérivable sur I
$f=\dfrac{1}{v}$	$f'=\dfrac{-v'}{v^2}$	dérivable sur I où $v(x)\neq 0$
$f=\dfrac{u}{v}$	$f'=\dfrac{u'.v-u.v'}{v^2}$	dérivable sur I où $v(x)\neq 0$

3) Dérivée d'autre fonctions :

$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$; $((u)^n)' = nu'u^{n-1}$; $(f(ax+b))' = af'(ax+b)$ avec a,b ∈ ℝ

Ces formules peuvent se généraliser : la dérivée de $(g(u))$ est : $(g(u))' = ...$

application : déterminer l'équation de la tangente à la courbe Cf en x = a pour :

f(x) = $\sqrt{8-4x}$ *et a = 1* *f(x)* = $(2x-4)^3$ *et a = -1* *f(x)* = $\dfrac{1}{(x-1)^2}$ *et a = 3*