

Ex 100 p319

$$2a) a' = e^{\frac{i\pi}{3}}(b-c) + c = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-3+3i\sqrt{3} + 4+4i\sqrt{3}) - 4-4i\sqrt{3} = -14$$

$$2b) b' = e^{\frac{i\pi}{3}}(c-a) + a = 8 + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(8-4-4i\sqrt{3}) = 8 - 8i\sqrt{3} = 16 e^{-\frac{i\pi}{3}}$$

2c) A et A' sont sur l'axe des abscisses donc $O \in [AA']$

$\arg(b) = \pi + \arg(b')$ donc $O \in [BB']$

$$c = -4 - 4i\sqrt{3} \text{ et } c' = 7 + 7i\sqrt{3} \text{ donc } \frac{c}{c'} = -\frac{4}{7} \text{ donc } \arg \frac{c}{c'} = \pi \text{ donc } O \in [CC']$$

Les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en O.

$$3a) OA+OB+OC = |a|+|b|+|c| = 8 + 6 + 8 = 22$$

$$3b) j^3 = \left(e^{\frac{2i\pi}{3}}\right)^3 = e^{2i\pi} = 1$$

$$1+j+j^2 = j^3 + j^2 + j = j(1+j+j^2) \text{ donc } (1+j+j^2)(1-j) = 0 \text{ mais } 1-j = \frac{1-i\sqrt{3}}{2} \neq 0$$

$$\text{donc } 1+j+j^2 = 0$$

$$|a-z+(b-z)j^2+(c-z)j| = |a-z+bj^2-zj^2+cj-cj^2| = |a+bj^2+cj-z(1+j+j^2)| = |a+bj^2+cj|$$

$$|a+bj^2+cj| = |8+6j^2+8j^2j| = |8+6+8| = 22$$

$$d) |a-z|+|b-z|+|c-z| = |a-z|+|b-z||j^2|+|c-z||j| \geq |a-z+(b-z)j^2+(c-z)j| \geq 22$$

$$\text{donc } MA+MB+MC \geq OA+OB+OC$$

Ex 101 p 319

$$a) (z-2)(z^2+az+b) = z^3 + (a-2)z^2 + (-2a+b)z - 2b = z^3 + 4z^2 + 2z - 28 \Leftrightarrow$$

$$a-2 = 4 \text{ et } -2a+b = 2 \text{ et } -2b = -28 \text{ donc } a = 6 \text{ et } b = -14.$$

$$b) S = \{ 2 ; -3-i\sqrt{5} ; -3+i\sqrt{5} \}$$

$$2a) M \in H \Leftrightarrow x^2 + 2ixy - y^2 - 4 = 4 - (x^2 - 2ixy - y^2) \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 4$$

$$b) 2^2 = 4 ; (-3)^2 - (-\sqrt{5})^2 = 4 ; (-3)^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 \text{ donc } A ; B ; C \text{ sont dans } H$$

$$3a) a' = e^{-\frac{i\pi}{4}} a = 2 e^{-\frac{i\pi}{4}} = \sqrt{2} (1-i) ;$$

$$b' = e^{-\frac{i\pi}{4}} b = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) (-3-i\sqrt{5}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (-3-\sqrt{5}+3i-i\sqrt{5})$$

$$c' = e^{-\frac{i\pi}{4}} c = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) (-3+i\sqrt{5}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (-3+\sqrt{5}+3i+i\sqrt{5})$$

$$3b) \text{ On a } z' = e^{-\frac{i\pi}{4}} z \Leftrightarrow x'+iy' = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right) (x+iy) = \frac{\sqrt{2}}{2} (x+y + i(y-x)) \Leftrightarrow$$

$$x' = \frac{\sqrt{2}}{2} (x+y) \text{ et } y' = \frac{\sqrt{2}}{2} (y-x) \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} (x'+y') \text{ et } x = \frac{1}{\sqrt{2}} (x'-y')$$

$$M' \in H' \Leftrightarrow M \in H \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} (x'+y')^2 + \frac{1}{2} (x'-y')^2 = 4 \Leftrightarrow x'y' = -2$$