

Classe de première S

Devoir maison

On considère la suite de nombres réels (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n.$$

1. Calculer u_2 et en déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. On définit la suite (v_n) en posant, pour tout entier naturel n :

$$v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n.$$

- a. Calculer v_0 .
 - b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
 - c. En déduire que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
 - d. Exprimer v_n en fonction de n .
3. On définit la suite (w_n) en posant, pour tout entier naturel n :

$$w_n = \frac{u_n}{v_n}.$$

- a. Calculer w_0 .
 - b. En utilisant l'égalité $u_{n+1} = v_n + \frac{1}{2}u_n$, exprimer w_{n+1} en fonction de u_n et de v_n .
 - c. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $w_{n+1} = w_n + 2$.
 - d. Exprimer w_n en fonction de n .
4. Montrer que pour tout entier naturel n

$$u_n = \frac{2n-1}{2^n}.$$