Classe de 1er S

devoir surveillé

Exercice 1 (2 points)

Soit (U_n) la suite définie par $U_n = -5n + 12$ pour tout entier n

a) Calculer $\sum_{k=2}^{16} U_k$

b) Soit V_n la suite définie par $V_n = 2U_n + n + 5$ pour tout entier n.
Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et donner sa raison.

Exercice 2 (2 points)

Démontrer que la suite (U_n) définie par $U_n = 3n^2 - 4{,}1$ est croissante. Calculer sa limite.

Exercice 3 (2 points)

Déterminer le sens de variations de la suite (U_n) définie pour $n \geqslant 1$ par $U_n = \frac{n}{3^n}$.

Exercice 4 (4 points)

Voici quatre termes de deux suites (U_n) et (V_n) :

$U_2 = 3 ; U_3 = 9 ; U_4 = 27 ; U_5 = 80$ et $V_5 = 6 ; V_6 = -18 ; V_7 = 54 ; V_8 = -162$

a) Montrer qu'une et une seule de ces deux séries correspond à quatre termes d'une suite géométrique .

b) Calculer le 15ème terme de cette suite géométrique (V_{15} ou U_{15})

c) Cette suite géométrique est-elle convergente ou divergente ?

Exercice 5 (4 points)

Calculer la limite des trois suite $(U_n);(V_n)$ et (W_n) définie pour tout n entier par :

$U_n = \frac{9n^2 - 5n + 12}{n^2 + 3}$; $V_n = \frac{n - \sin(n)}{n + 1}$ et $\begin{cases} U_0 = -4 \\ U_{n+1} = 0{,}98\, U_n \end{cases}$

Exercice 6 (6 points)

Un étudiant souhaite s'acheter une super collection de CD d'une valeur de 1000€. Pour économiser une telle somme, il ouvre un compte d'épargne à la banque qui rapporte 0,25% mensuellement.

A l'ouverture, il dépose 100€ le 1er d'un mois, et ensuite le 1er de chaque mois, il verse 50€. On note C_n le capital le 1er de chaque mois après versement.

1) Donner les valeurs de $C_0 ; C_1$ et C_2.
2) Montrer que la suite (C_n) vérifie : $\begin{cases} C_0 = 100 \\ C_{n+1} = 1{,}0025\, C_n + 50 \end{cases}$
3) On pose $U_n = C_n + 20000$ pour tout n entier. Montrer que la suite (U_n) est géométrique.
4) Exprimer U_n puis C_n en fonction de n.
5) A l'aide d'une calculatrice, déterminer le nombre de mois nécessaire pour l'achat de la collection.