Correction DM

Correction ex 1 :

1. $u_0 = 5\,000 = v_0$ 2. $u_{n+1} = u_n + 250 = u_0 + 250n$ et $v_{n+1} = 1{,}045.v_n = (1{,}045)^n.v_0$

Correction ex 1 :

1. U n'est pas de la forme $u_{n+1} = qu_n$. (il y a le + 1)
2. $v_{n+1} = u_{n+1} - a = \frac{2}{3}u_n + 1 - a = \frac{2}{3}\left(u_n + \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a\right)$ on veut que ça soit égal à $\frac{2}{3}(u_n - a) = \frac{2}{3}(v_n)$

   donc on a : $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}a\right) = -a \Rightarrow$ $a = 3$ et V est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$
3. $v_0 = u_0 - 3 = -2$; $v_n = -2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \Rightarrow u_n = (-2)\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$
4. $\sum_{i=0}^{i=n} u_i = \sum_{i=0}^{i=n} v_i + (n+1)(3) = 3\times(n+1) - 6$ (car $\sum_{i=0}^{i=n} v_i = \ldots = -6$; somme d'une S.G.)

Correction ex 3 :

1. $u_2 = \frac{5}{4}$ et $u_3 = \frac{11}{16}$

2. $v_{n+1} = qv_n$ et $v_{n+2} = q^2.v_{n+1}$ donc si elles vérifient la relation R on a : $8v_{n+2} = 6v_{n+1} - v_n \Leftrightarrow$ $8v_{n+2} - 6v_{n+1} + v_n = 0$

d'où $8q^2v_n - 6qv_n + v_n = 0 \Leftrightarrow v_n(8q^2 - 6q + 1) = 0$ or on sait que $v_n \neq 0$ donc $8q^2 - 6q + 1 = 0$

donc q = ½ ou q = ¼

Pour q = ½, on a : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ et $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n v_0$ Pour q = ¼, on a : $w_{n+1} = \frac{1}{4}w_n$ et $w_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n w_0$

3. $8t_{n+2} - 6t_{n+1} + t_n = 8v_{n+2} + 8w_{n+2} - 6v_{n+1} - 6w_{n+1} + v_n + w_n = (8v_{n+2} - 6v_{n+1} + v_n) + (8w_{n+2} - 6w_{n+1} + w_n) = 0$donc t_n vérifie la relation R.

4. $\begin{cases} u_0 = v_0 + w_0 \\ u_1 = v_1 + w_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = v_0 + w_0 \\ 2 = \frac{1}{2}v_0 + \frac{1}{4}w_0 \end{cases} \Rightarrow v_0 = 6$ et $w_0 = -4$. $\Rightarrow v_n = 6.\left(\frac{1}{2}\right)^n$ et $w_n = (-4).\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

donc $u_n = 6.\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4.\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

5. $\sum_{i=0}^{i=20} u_i = u_0 + u_1 + \ldots + u_{20} = 6.\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{21}}{1-\frac{1}{2}} - 4.\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{21}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} - \frac{4}{\frac{3}{3}} = \frac{20}{3}$