

Méthodes et techniques à maîtriser sur les barycentres :

1) Construire le barycentre de 2,3 ou 4 points :

Pour deux points, utiliser la relation vectoriel. Pour plusieurs points, procéder en plusieurs étapes, avec le théorème d'associativité. Regrouper les points de façons judicieuse.

Ex : ABCD est un quadrilatère, construire le barycentre de $(A;1), (B;2), (C;1), (D;4)$.

2) Utiliser le barycentre dans le calcul vectoriel:

La définition du barycentre permet de réutiliser les vecteurs pour démontrer des propriétés.

Ex : ABCD est un quadrilatère, E est le barycentre de $(A;1), (B;1), (C;3), (D;3)$, F est le point tel que $\vec{DB} = 4\vec{DF}$ et G est tel que $\vec{CA} = 4\vec{CG}$. Démontrer que E est le milieu de $[FG]$

3) Calculer les coordonnées d'un barycentre :

Appliquer la formule. Se placer dans un repère facilite souvent la résolution d'exercice.

4) Utiliser les barycentres pour déterminer un ensemble de points:

Ex : Déterminer l'ensemble des points M tels que $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|4\vec{MB} - \vec{MC}\|$

5) Montrer que trois points sont alignés avec des barycentres :

Il suffit de prouver qu'un des points est le barycentre des deux autres. On pourra penser au théorème d'associativité.

Ex : Dans un triangle ABC, I est le milieu de $[AB]$, J est le milieu de $[CI]$ et K est tel que $3\vec{BK} = 2\vec{BC}$. Montrer que A, J et K sont alignés.

6) Montrer que trois droites sont concourantes avec des barycentres :

On montrer qu'un point G est barycentre de deux points sur chacune des droites.

Ex : ABCD est un quadrilatère quelconque.

Soit I, J, K et L les milieux respectifs des cotés $[AB], [BC], [CD]$ et $[DA]$ et M et N les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Montrer que les droites (MN), (JL) et (IK) sont concourantes.

Ex : Barycentre et suite

Soit ABC un triangle isocèle, I le milieu de $[BC]$ tel que $AI = BC = 4\text{cm}$.

Pour tout entier naturel n montrer que l'on peut définir le point G_n comme barycentre de $(A;2), (B;n), (C;n)$.

Placer G_0, G_1 et G_2 , montrer que G_n appartient à $[AI]$.

On pose $u_n = AG_n$. Exprimer u_n en fonction de n puis déterminer la limite de cette suite. Interpréter ce résultat.